量子引力的低能效应

——From Feynman, Penrose to QGEM test

凌意

中国科学院高能物理研究所(IHEP,CAS)

04/07/2023，中国科技大学，ICTS，“2023引力与宇宙学”专题研讨会

- References:

Pan Li（李磐）, Yi Ling（凌意）, Zhangping Yu（余章平）.
arXiv: 2210.17259. Phys.Rev.D 107 (2023) 6, 064054

The generation rate of quantum gravity induced entanglement with multiple massive particles.

摘要

I. 引力是量子的吗？不同观点简介

II. 为什么引力的量子效应有可能在低能标范围检测？

III. 量子引力诱导纠缠（QGEM）方案

IV. 多粒子间的纠缠与演化

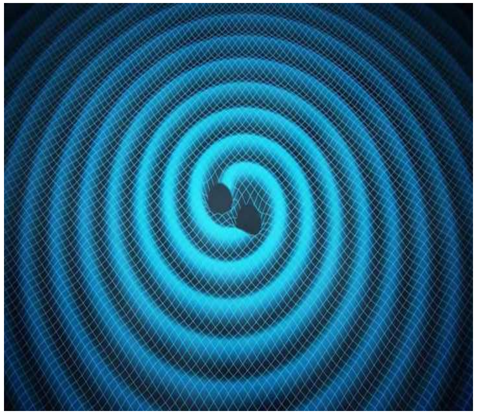
引力是量子的吗？

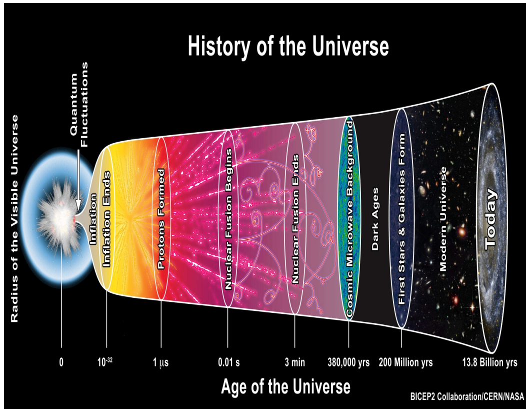
引力：广义相对论

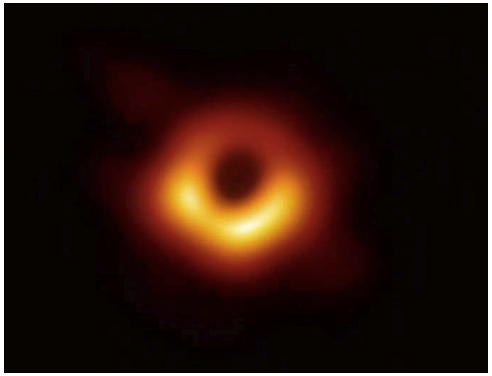
$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

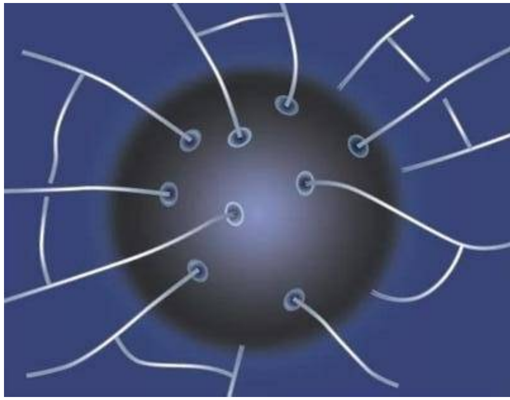
时空几何 ⟷ 物质

- 引力波 （2017年诺贝尔奖）
- 宇宙演化（2019年诺贝尔奖）
- 黑洞物理（2020年诺贝尔奖）
- ……







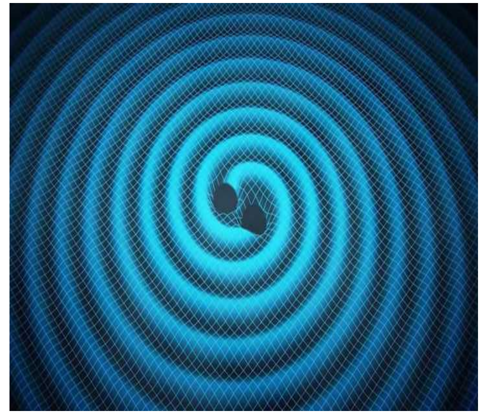


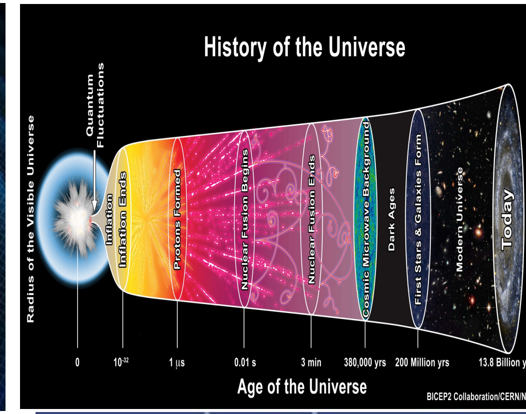
引力：广义相对论

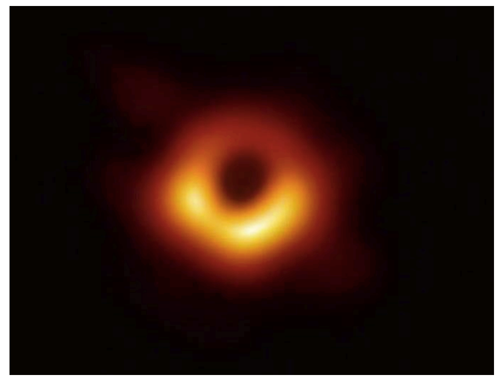
$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

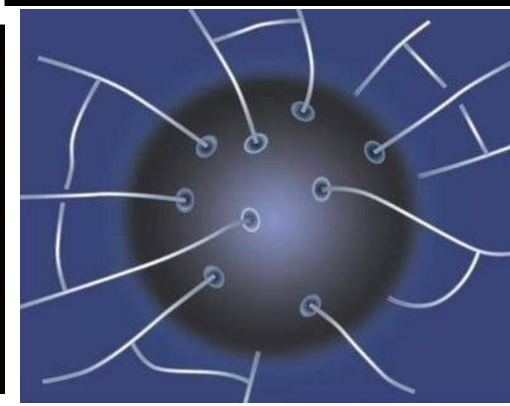
时空几何 ⟷ 物质

- 引力波　（2017年诺贝尔奖）
- 宇宙演化（2019年诺贝尔奖）
- 黑洞物理（2020年诺贝尔奖）
- ……









- 量子引力

引力是量子的吗？

引力是量子的吗？

引力是量子的吗？

是的

量子力学+广义相对论

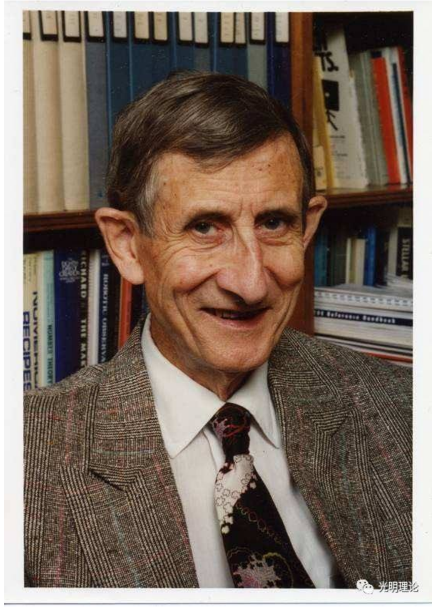
⬇

有效量子场论

引力是量子的吗？

引力是量子的吗？

是的	不是的
量子力学+广义相对论	物质是量子的　　引力是经典的
⬇	⬇
有效量子场论	爱因斯坦场方程为有效方程



引力是量子的吗？

引力是量子的吗？

是的

量子力学+广义相对论

⬇

有效量子场论

不是的

物质是量子的　　引力是经典的

⬇

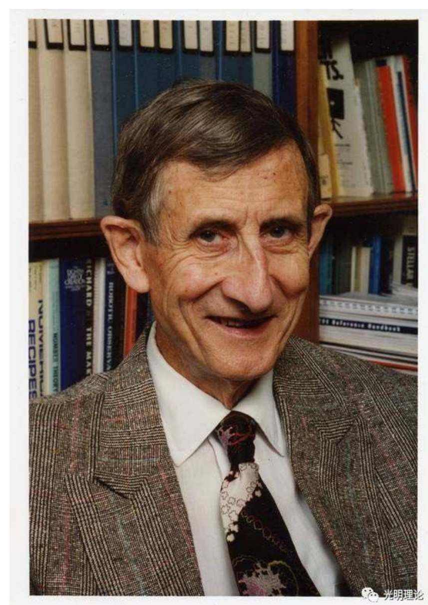
爱因斯坦场方程为有效方程

是 或 不是

量子力学不完备

⬇+引力

引力诱导波函数塌缩



引力是量子的吗？

一个直观的思想实验

$$|\psi\rangle = a_L|\phi_L\rangle + a_R|\phi_R\rangle$$

引力是量子的吗？

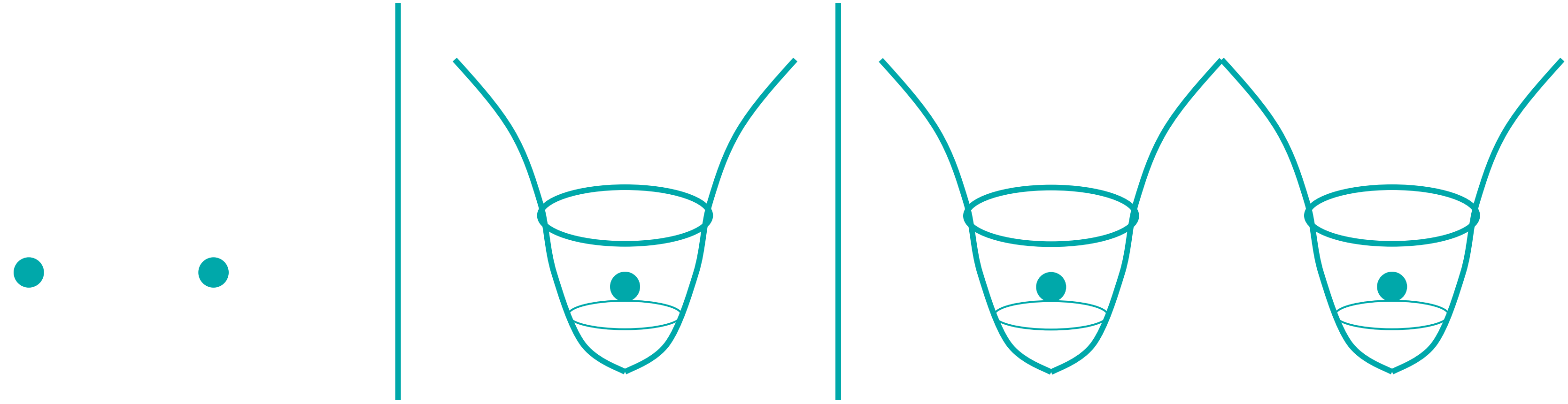
一个直观的思想实验

$$|\psi\rangle = a_L|\phi_L\rangle + a_R|\phi_R\rangle$$

引力是量子的吗？

一个直观的思想实验

$$|\psi\rangle = a_L|\phi_L\rangle + a_R|\phi_R\rangle \quad \Rightarrow \quad |\psi\rangle = a_L|\phi_L; g_{\mu\nu}^{(L)}\rangle + a_R|\phi_R; g_{\mu\nu}^{(R)}\rangle$$



引力是量子的吗？

例：　两个等同谐振子间的引力相互作用

$$\boxed{H=\sum_{i=1,2}\frac{p_i^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2x_i^2-\frac{Gm^2}{\left|d-(\vec{x}_1-\vec{x}_2)\right|}}$$

$$|d|\gg|\vec{x}_1-\vec{x}_2| \qquad \frac{1}{\left|d-(\vec{x}_1-\vec{x}_2)\right|}\sim\alpha|\vec{x}_1-\vec{x}_2|$$

Re-definition of equilibrium positions

$$H=\sum_{i=1,2}\hbar\omega a_i^{\dagger}a_i-\hbar\lambda_g(a_1a_2^{\dagger}+a_1^{\dagger}a_2)$$

$$\lambda_g\simeq\frac{Gm^2x_\Delta^2}{\hbar d^3}=\frac{Gm}{\omega d^3}\simeq 6\times10^{-8}\,Hz\times\left(\frac{m}{1ng}\right)\left(\frac{1Hz}{\omega}\right)\left(\frac{1\mu m}{d}\right)^3$$

Hamiltonian manifestly generates entanglement between the oscillators!

Fock state: $|\psi\rangle=|10\rangle$

$$|\psi\rangle=|10\rangle\rightarrow|10\rangle-i\lambda_g\Delta t|01\rangle+\vartheta(\lambda_g{}^2)$$

DLCZ-style scheme(2001)

引力是量子的吗?

- 若引力本质上是经典的

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}\langle T_{\mu\nu}\rangle$$

$$\langle T_{\mu\nu}\rangle = \langle\psi|T_{\mu\nu}|\psi\rangle$$

$$i\partial_t|\psi\rangle = (H_{mat} + H_{grav})|\psi\rangle$$

$c \to \infty$ **Newtonian potential**

$$\nabla^2\phi = 4\pi G\langle\rho\rangle \qquad \hat{\rho}(x) = \sum_i m_i \delta(\vec{x} - \vec{x}_i)$$

N particles

$$H_{grav} = \int d^3x \rho(x)\phi(x)$$

$$i\partial_t|\psi\rangle = [\int H_{mat} + \int d^3x \rho(x)\phi(x)]|\psi\rangle$$

$$\langle\rho(x)\rangle = \frac{m}{2}[\delta(x - x_{1L}) + \delta(x - x_{1R}) + \delta(x - x_{2L}) + \delta(x - x_{2R})]$$

No entanglement is produced

$$|LL\rangle \Rightarrow \left(|L\rangle + e^{i\Delta\phi}|R\rangle\right)_1 \otimes \left(|L\rangle + e^{-i\Delta\phi}|R\rangle\right)_2$$

$$\Delta\phi = \frac{Gm^2\Delta x\Delta t}{\hbar d^2} \qquad \Delta x / d = 1$$

量子引力的低能效应

- 为什么引力的量子效应有可能在低能标范围检测？

量子力学： $\hbar$ 狭义相对论： c 广义相对论： G

普朗克长度 $l_p := \sqrt{G\hbar / c^3} \sim 1.6\times 10^{-33} cm$ $t_p := \sqrt{G\hbar / c^5} \sim 10^{-43} s$

普朗克能量 $E_p = \sqrt{\hbar c^5 / G} \sim 1 / l_p \sim 1.2\times 10^{19} Gev$

量子引力的低能效应

- 为什么引力的量子效应有可能在低能标范围检测？

量子力学： $\hbar$ 狭义相对论： c 广义相对论： G

普朗克长度 $l_p := \sqrt{G\hbar / c^3} \sim 1.6\times 10^{-33} cm$ $t_p := \sqrt{G\hbar / c^5} \sim 10^{-43} s$

普朗克能量 $E_p = \sqrt{\hbar c^5 / G} \sim 1 / l_p \sim 1.2\times 10^{19}\,Gev$

普朗克质量 $\boxed{m_p = \sqrt{\hbar c / G} \simeq 2.18\times 10^{-5} g}$

普朗克质量落在了冷原子等低能实验可能触及的范围。
最为关键的是要使物体依然保持量子特性（如相干性）！

量子引力的低能效应

- **Quantum matter of massive particle**

de Broglie wave length $\lambda_d \to l_p$?

量子引力的低能效应

- **Quantum matter of massive particle**

de Broglie wave length $\lambda_d \to l_p$?

$$\boxed{\lambda_d = \frac{2\pi h}{mv}\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

量子引力的低能效应

- **Quantum matter of massive particle**

de Broglie wave length $\lambda_d \to l_p$?

$$\boxed{\lambda_d = \frac{2\pi\hbar}{mv}\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

（1） $v \to c$

（2） $v \ll c$ $m \uparrow$

量子引力的低能效应

- **Quantum matter of massive particle**

de Broglie wave length $\lambda_d \to l_p$?

$$\boxed{\lambda_d = \frac{2\pi\hbar}{mv}\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

（1） $v \to c$

（2） $v \ll c$ $m \uparrow$

The key point is that M grows macroscopically but preserves its quantum nature!

量子引力的低能效应

• Quantum matter of massive particle

de Broglie wave length $\lambda_d \to l_p$?

$$\boxed{\lambda_d = \frac{2\pi\hbar}{mv}\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

（1） $v \to c$

（2） $v = c$ $m \uparrow$

> The key point is that M grows macroscopically but preserves its quantum nature!

• Multi-atoms

$M = 10g \to v \sim 10km/s$ $M = 10g \to \lambda_d \sim 4.2\times10^{-33}\,cm$

$$\boxed{|10km/s\rangle + |-10km/s\rangle ?}$$

量子引力的低能效应

- 简单历史回顾

1957	Feynman		
1965	Diosi (1989)		
1996	Penrose		
2017	Bose. et.al.; M. V.		
	1707.06050		
	1707.06036	1907.01568 (theoretical background)	

2018	Anastopoulos, Hu:	1804.11315	
	Wald: EFT	1807.07015	1905.04496
	Rovelli: QG	1808.05842	
	Penrose:	1812.04630	
2020	M. V.	2003.07974	

量子引力的低能效应

- 低能标下探测引力量子效应的实验基础：

  (1) 物质-波 干涉实验

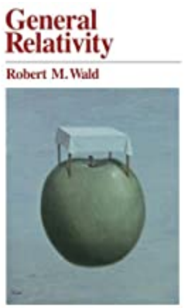
  (2) 空腔光力实验

相关科普：
桌面上的量子引力实验

- 国内外主要进展：

  (1) 实验上取得了重要进展

Nature 591 (2021) 7849, 225-228
测量了毫克量级量子物体间的引力及相关性质



  (2) 夯实了利用纠缠检测引力的理论基础，如对QGEM方案的理论预期

Int.J.Mod.Phys.D 28 (2019) 14, 1943001
2019年国际引力散文竞赛第一名

  (3) 形成了引力物理与量子信息的交叉融合的大趋势

PRX Quantum 2 (2021) 010325
利用量子信息中的非高斯性探测量子引力效应

量子引力诱导纠缠方案

- 为什么利用纠缠？

local operations and classical communication (LOCC)

仅有量子的媒介（或相互作用）才能使两物体间产生纠缠:

实验检测:

$$\text{非纠缠态} \xrightarrow{\text{演化}} \begin{cases} \text{纠缠态} & \text{引力必然是量子的} \\ \text{非纠缠态} & \text{引力必然是经典的} \end{cases}$$

附： 什么是纠缠？

$$\boxed{|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle\right)}$$

$$\langle\psi|\psi\rangle = \frac{1}{2}\left(\langle\uparrow\downarrow| + \langle\downarrow\uparrow|\right)\left(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle\right) = \frac{1}{2}(1+1) = 1$$

$$\boxed{\rho = |\psi\rangle\langle\psi|}$$

$$\rho_A = Tr_B\rho = \frac{1}{2}\left(|\downarrow\rangle\langle\downarrow| + |\uparrow\rangle\langle\uparrow|\right) \qquad M[\rho_A] = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

纠缠的度量：纠缠熵

$$\boxed{S = -Tr\rho_A \ln\rho_A = -Tr\frac{I}{2}\ln(\frac{I}{2}) = \ln 2}$$

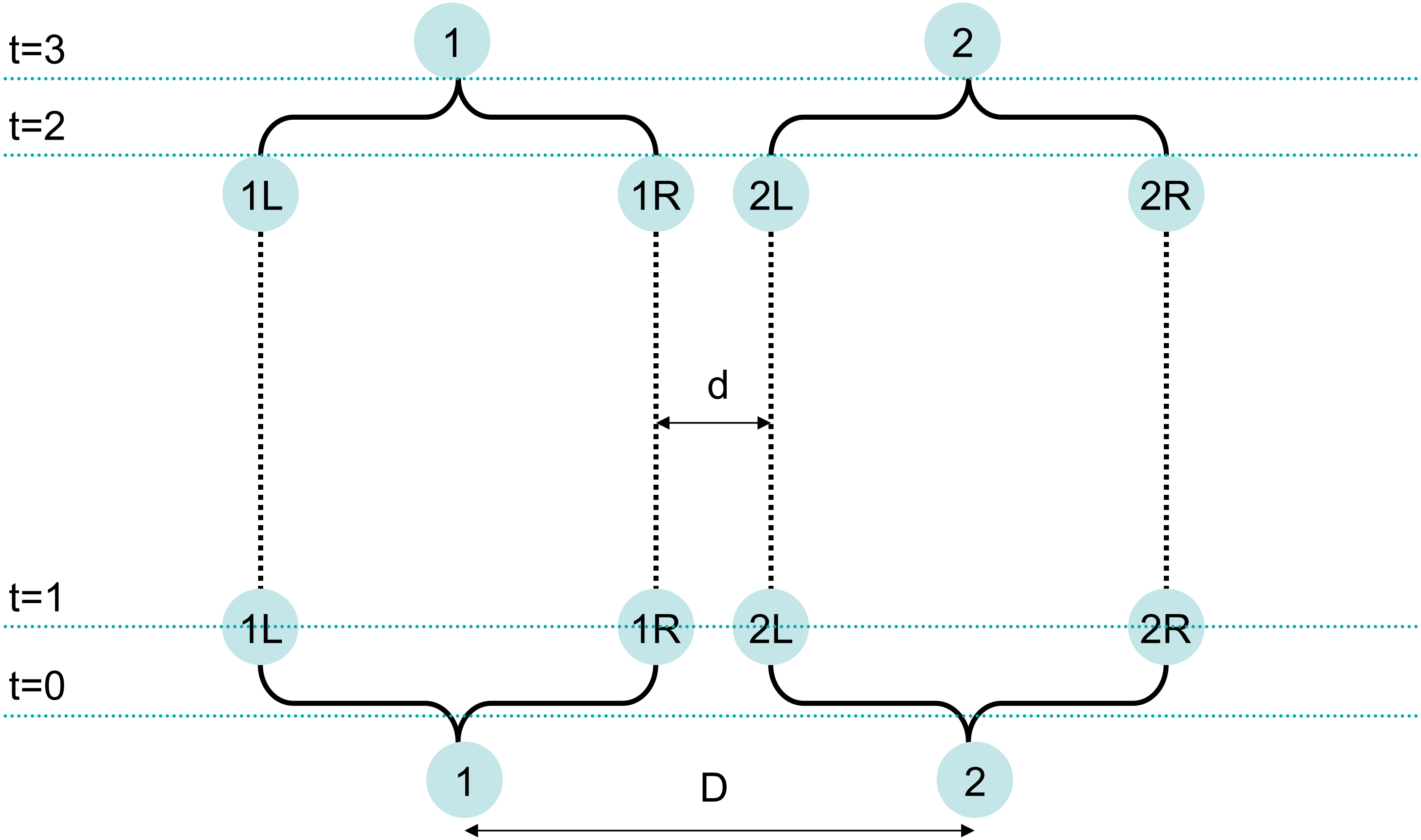
量子引力诱导纠缠方案

- 引力诱导纠缠方案（QGEM）

Bose, et.al., Phys.Rev.Lett. 119 (2017)240401

Marletto and Vedral, Phys.Rev.Lett. 119 (2017) 240402

两台斯特恩-格拉赫装置：



$$d \ll D$$

量子引力诱导纠缠方案

- 引力若是量子的，将引起相位差：

$$\left|\psi_{t=0}\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left|\psi_1^L\right\rangle+\left|\psi_1^R\right\rangle\right)\otimes\left(\left|\psi_2^L\right\rangle+\left|\psi_2^R\right\rangle\right)\otimes|g\rangle$$

$$=\frac{1}{2}\left(|LL\rangle+|RR\rangle+|LR\rangle+|RL\rangle\right)\otimes|g\rangle$$

量子引力诱导纠缠方案

- 引力若是量子的，将引起相位差：

$$
\begin{aligned}
\left|\psi_{t=0}\right\rangle &= \frac{1}{2}\left(\left|\psi_1^L\right\rangle + \left|\psi_1^R\right\rangle\right)\otimes\left(\left|\psi_2^L\right\rangle + \left|\psi_2^R\right\rangle\right)\otimes|g\rangle \\
&= \frac{1}{2}\left(|LL\rangle + |RR\rangle + |LR\rangle + |RL\rangle\right)\otimes|g\rangle
\end{aligned}
$$

$$
\left|\psi_{t=1}\right\rangle = \frac{1}{2}\left(|LL\rangle\otimes\left|g_{d_{LL}}\right\rangle + |RR\rangle\otimes\left|g_{d_{RR}}\right\rangle + |LR\rangle\otimes\left|g_{d_{LR}}\right\rangle + |RL\rangle\otimes\left|g_{d_{RL}}\right\rangle\right)
$$

$$
|LL\rangle \rightarrow e^{i\phi_{LL}}|LL\rangle \qquad \phi_{ij} = \frac{Gm^2\Delta t}{\hbar d_{ij}} \qquad \phi_{LL} = \phi_{LR} = \phi_{RR} \neq \phi_{RL} \qquad d \ll R
$$

量子引力诱导纠缠方案

- 引力若是量子的，将引起相位差：

$$\left|\psi_{t=0}\right\rangle=\frac{1}{2}\left(\left|\psi_1^L\right\rangle+\left|\psi_1^R\right\rangle\right)\otimes\left(\left|\psi_2^L\right\rangle+\left|\psi_2^R\right\rangle\right)\otimes|g\rangle$$

$$=\frac{1}{2}(|LL\rangle+|RR\rangle+|LR\rangle+|RL\rangle)\otimes|g\rangle$$

$$\left|\psi_{t=1}\right\rangle=\frac{1}{2}\left(|LL\rangle\otimes\left|g_{d_{LL}}\right\rangle+|RR\rangle\otimes\left|g_{d_{RR}}\right\rangle+|LR\rangle\otimes\left|g_{d_{LR}}\right\rangle+|RL\rangle\otimes\left|g_{d_{RL}}\right\rangle\right)$$

$$|LL\rangle\rightarrow e^{i\phi_{LL}}|LL\rangle \qquad \phi_{ij}=\frac{Gm^2\Delta t}{\hbar d_{ij}} \qquad \phi_{LL}=\phi_{LR}=\phi_{RR}\neq\phi_{RL} \qquad d\ll R$$

$$\left|\psi_{t=2}\right\rangle=\frac{1}{2}\left(|LL\rangle\otimes\left|g_{d_{LL}}\right\rangle+|RR\rangle\otimes\left|g_{d_{RR}}\right\rangle+|LR\rangle\otimes\left|g_{d_{LR}}\right\rangle+e^{i\frac{Gm^2t}{\hbar d}}|RL\rangle\otimes\left|g_{d_{RL}}\right\rangle\right)$$

$$\left|\psi_{t=3}\right\rangle=\frac{1}{2}(|LL\rangle+|RR\rangle+|LR\rangle-|RL\rangle)\otimes|g\rangle$$

$$\neq|1\rangle\otimes|2\rangle$$

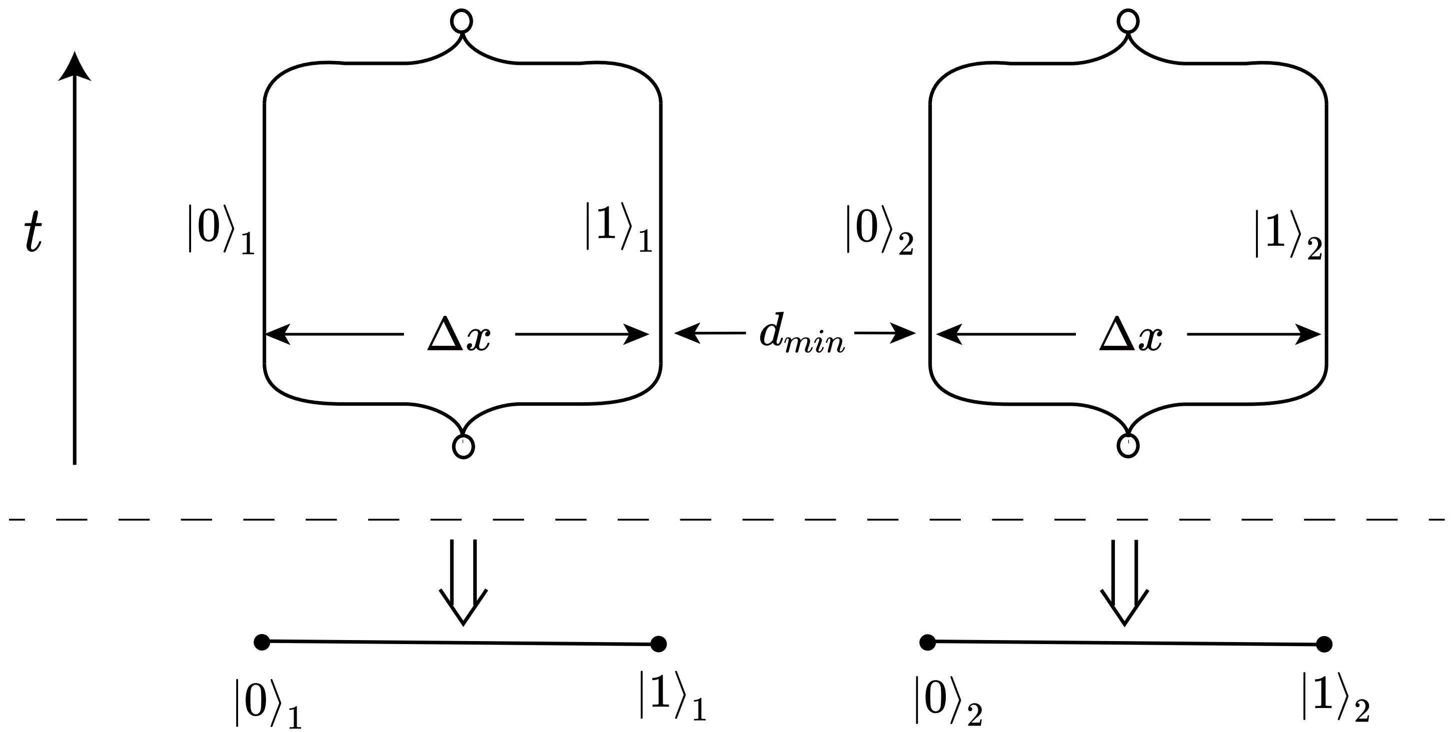
最大纠缠态!

$$\boxed{m\sim10^{-11}g, d\sim10^{-4}cm, t\sim1s\rightarrow\phi\sim\pi}$$

量子引力诱导纠缠方案

- 如何在**最短时间**内产生**足够大**的纠缠？

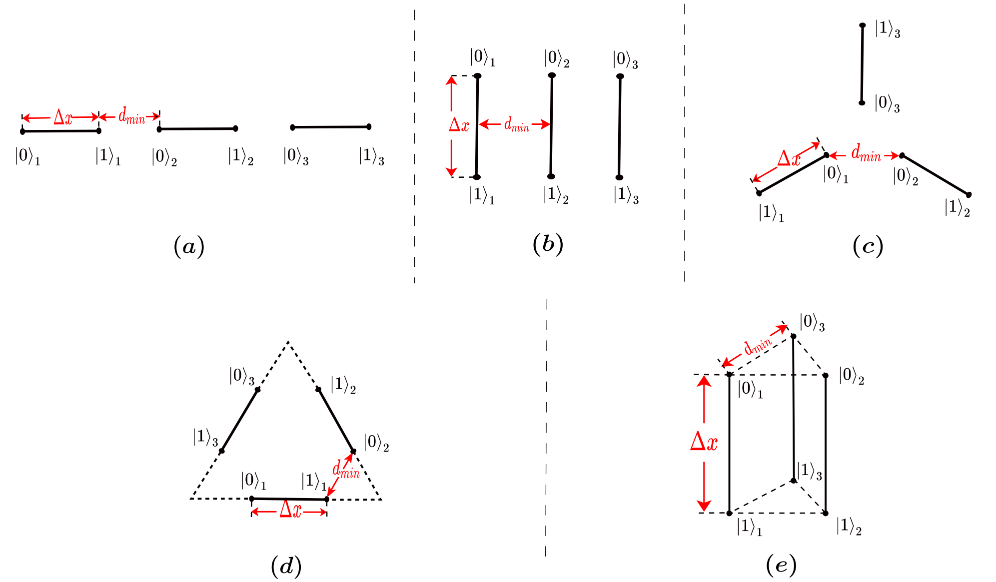
Li, Ling, Yu, arXiv: 2210.17259



多粒子间的纠缠与演化

- 如何在最短时间内产生足够大的纠缠？

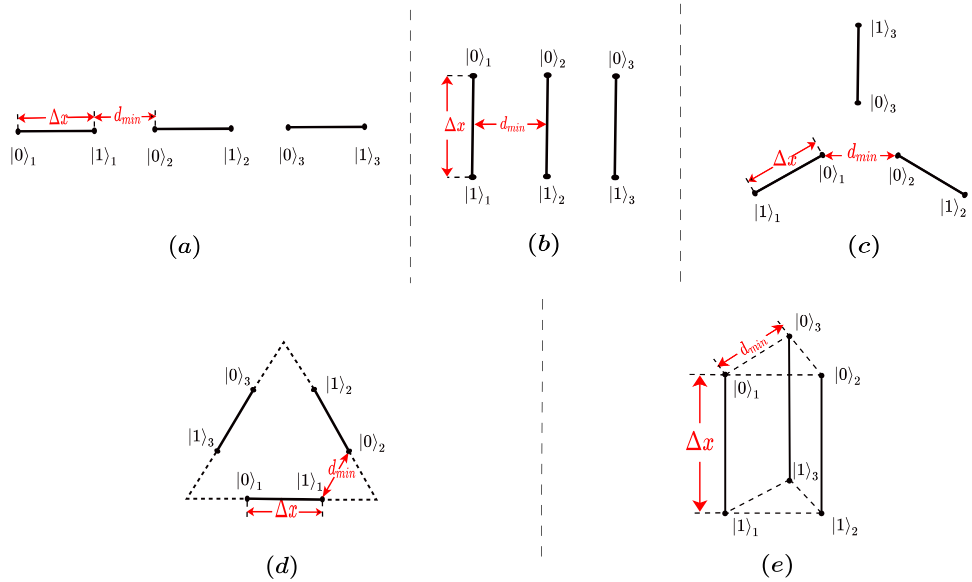
Schut, Tilly, Marshman, Bose and Mazumdar, [arXiv:2110.14695]

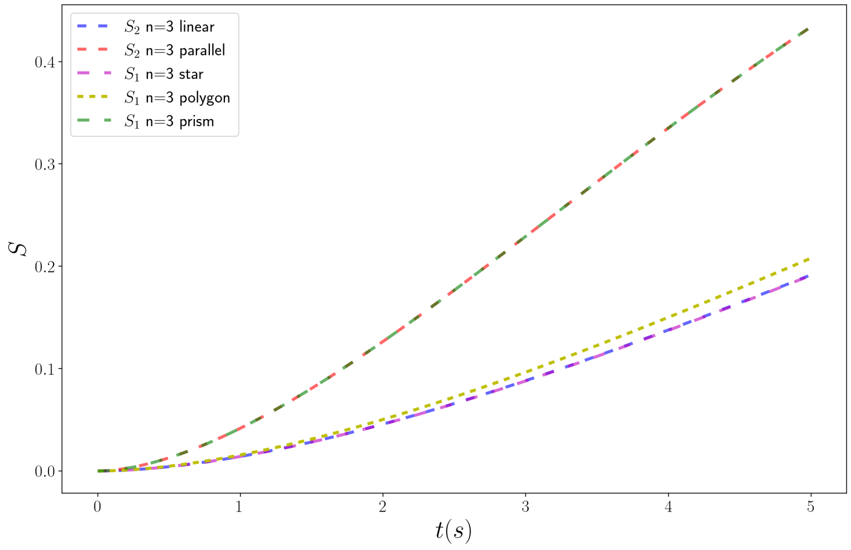


多粒子间的纠缠与演化

- 如何在最短时间内产生足够大的纠缠？

Schut, Tilly, Marshman, Bose and Mazumdar, [arXiv:2110.14695]





Li, Ling, Yu, arXiv: 2210.17259

多粒子间的纠缠与演化

- **多粒子间引力诱导的纠缠**

Li, Ling, Yu, arXiv: 2210.17259

初态

$$|\psi_{t=0}\rangle = \bigotimes_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0_i\rangle + |1_i\rangle\right)$$

引力相互作用势

$$\boxed{\hat{H} = \sum_{1\le i<j\le n} \hat{V}_{ij}}$$

$$\hat{V}_{ij} = -Gm^2 \begin{pmatrix} 1/R(|0_i\rangle,|0_j\rangle) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/R(|0_i\rangle,|1_j\rangle) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/R(|1_i\rangle,|0_j\rangle) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/R(|1_i\rangle,|1_j\rangle) \end{pmatrix}$$

多粒子间的纠缠与演化

- 多粒子间引力诱导的纠缠

Li, Ling, Yu, arXiv: 2210.17259

演化

$$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}t}|\psi(0)\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n \bigotimes_{i_1,\ldots i_n=0,1} e^{-\frac{i}{\hbar}\phi_{i_1\ldots i_n}t}|i_1\ldots i_n\rangle$$

相位

$$\phi_{i_1\ldots i_n} = -\sum_{1\le j<k\le n}\frac{Gm^2}{R(|i_j\rangle,|i_k\rangle)}$$

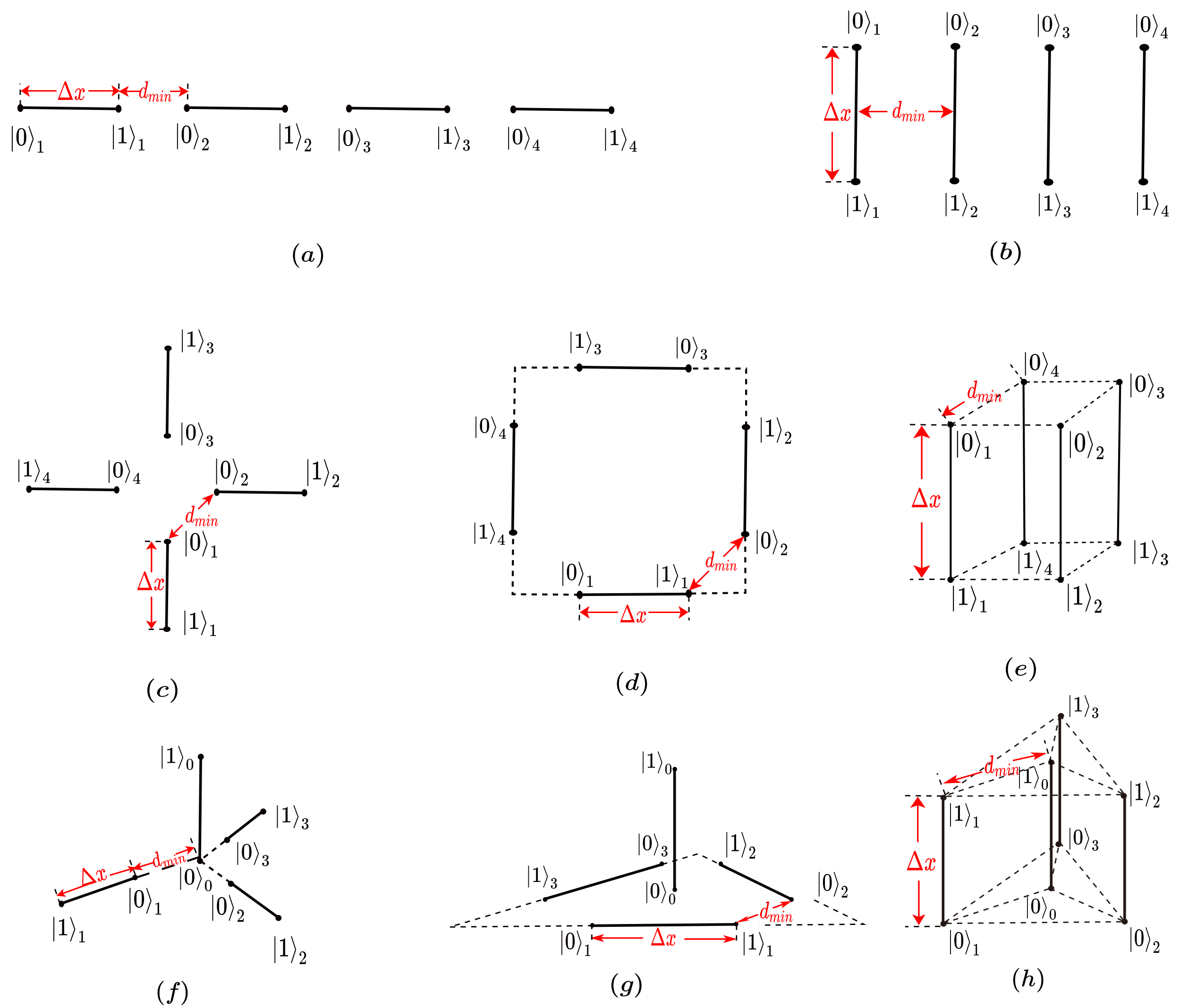
第i个粒子与其它粒子间的纠缠熵

$$S_i = S(\rho_i) = -Tr(\rho_i \ln \rho_i) = -\sum_j \lambda_j \ln \lambda_j$$

多粒子间的纠缠与演化

- 如何在最短时间内产生足够大的纠缠？

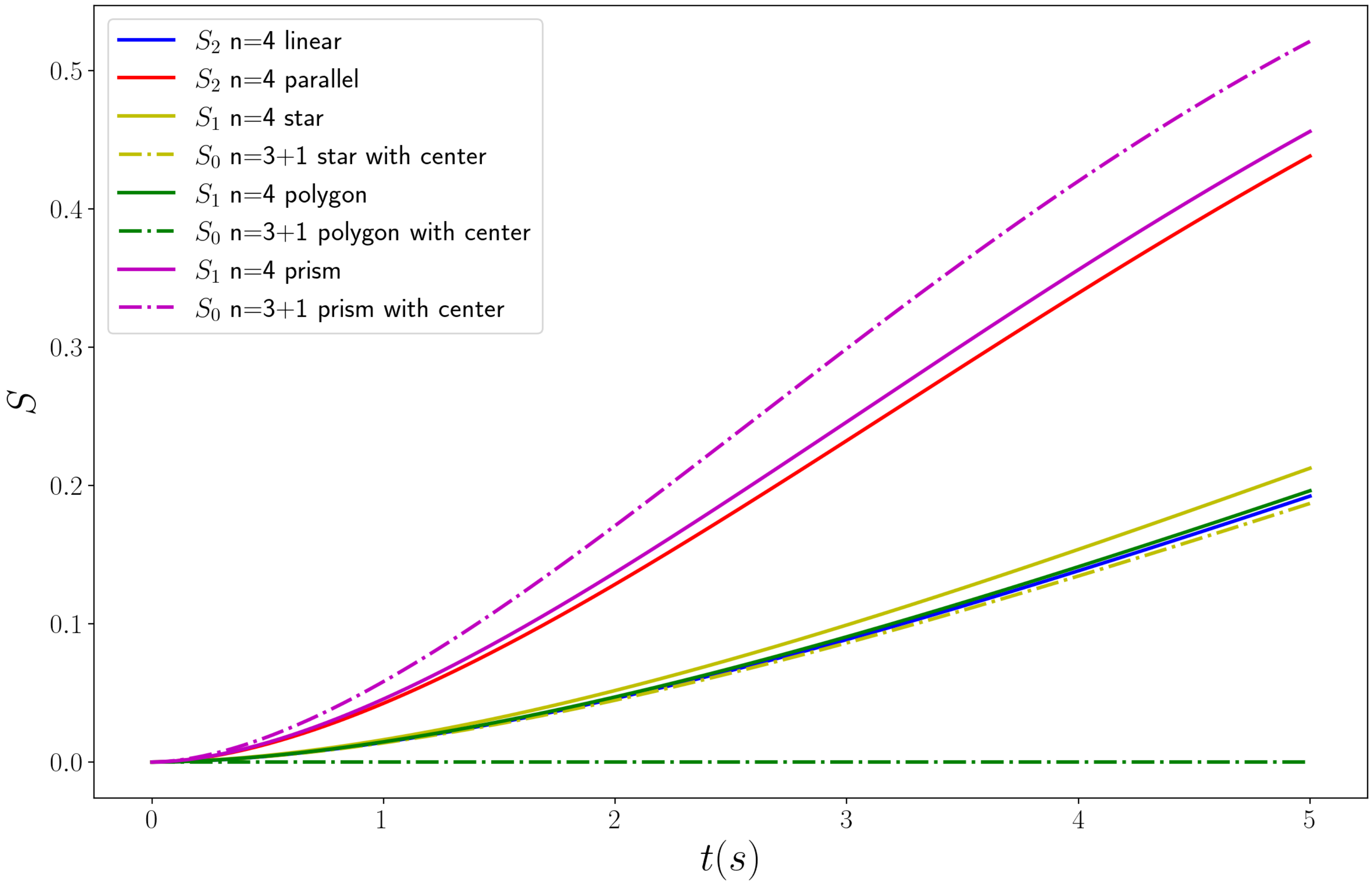
Li, Ling, Yu, arXiv: 2210.17259



多粒子间的纠缠与演化

- 如何在最短时间内产生足够大的纠缠？

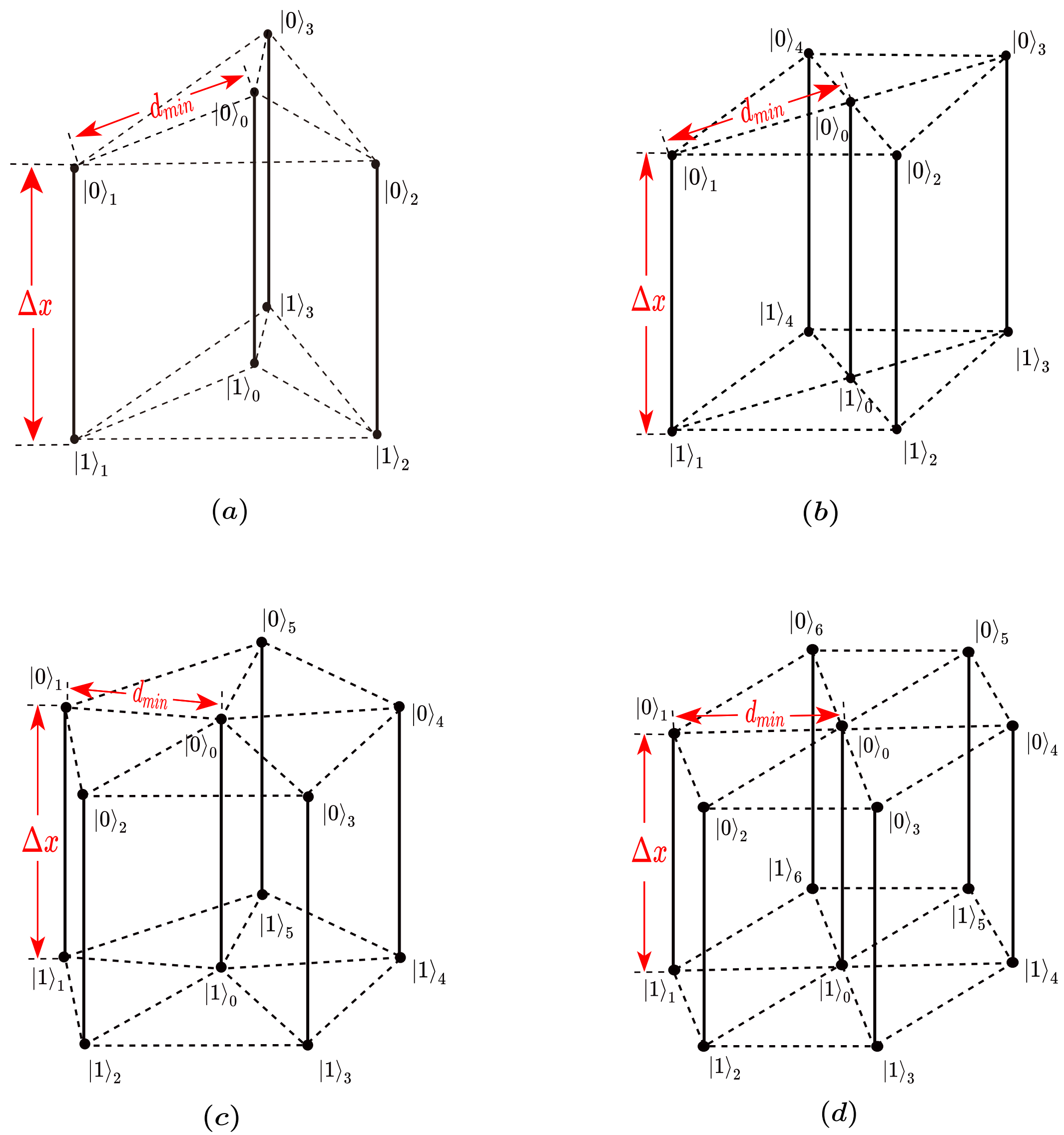
Li, Ling, Yu, arXiv: 2210.17259



多粒子间的纠缠与演化

- 如何在最短时间内产生足够大的纠缠?

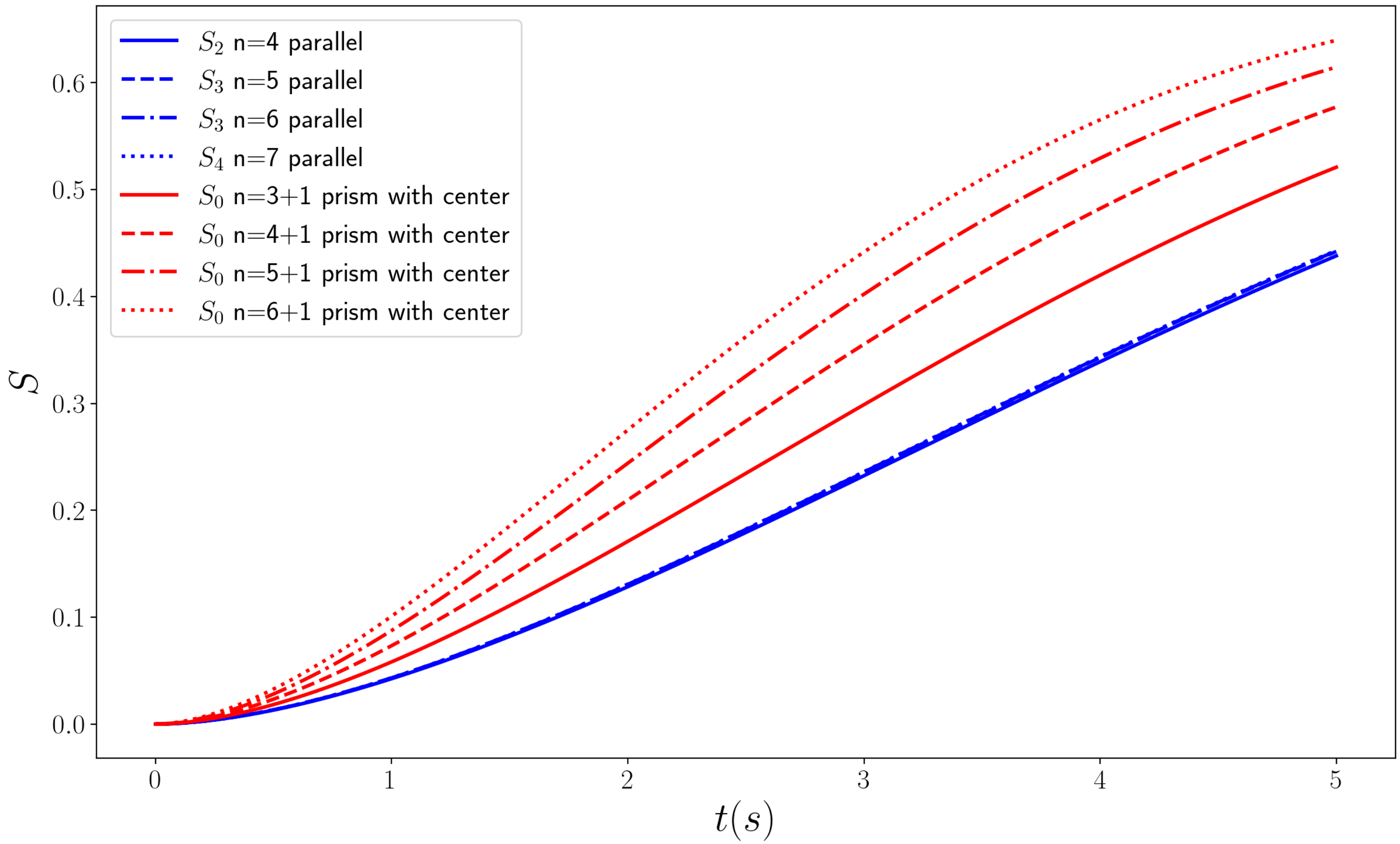
Li, Ling, Yu, arXiv: 2210.17259



多粒子间的纠缠与演化

- 如何在最短时间内产生足够大的纠缠？

Li, Ling, Yu, arXiv: 2210.17259



关于多粒子纠缠的讨论

- 参数的优化

粒子质量的限制 $(m=10^{-14}kg, \Delta x=250\mu m, d_{\min}=200\mu m)$

$n=3,$	$t=5s,$	$s\simeq 0.43$
$n=4,$	$t=4s,$	$s\simeq 0.43$
$n=7,$	$t=2.8s,$	$s\simeq 0.43$

- 退相干问题
- 纠缠度的测量

总结

- 提出了利用引力使多粒子间产生纠缠的检验方案。
- 将多台斯特恩-格拉赫装置摆成正多边形为底的棱柱形时，处于棱柱中心位置的粒子将在最短时间内达到最大纠缠熵。
- 该工作为利用引力诱导纠缠的实验提供了迄今为止具有最佳熵产生率的方案。

Thanks !