

粒子物理中的高精度理论预言

关鑫

SLAC 国家实验室

中国科学技术大学学术报告 · 2026 年 9 月 4 日



我的研究目标

对撞机实验数据 => 自然界的基本相互作用规律

预言

精确计算

把复杂的物理过程计算变为可能

连接

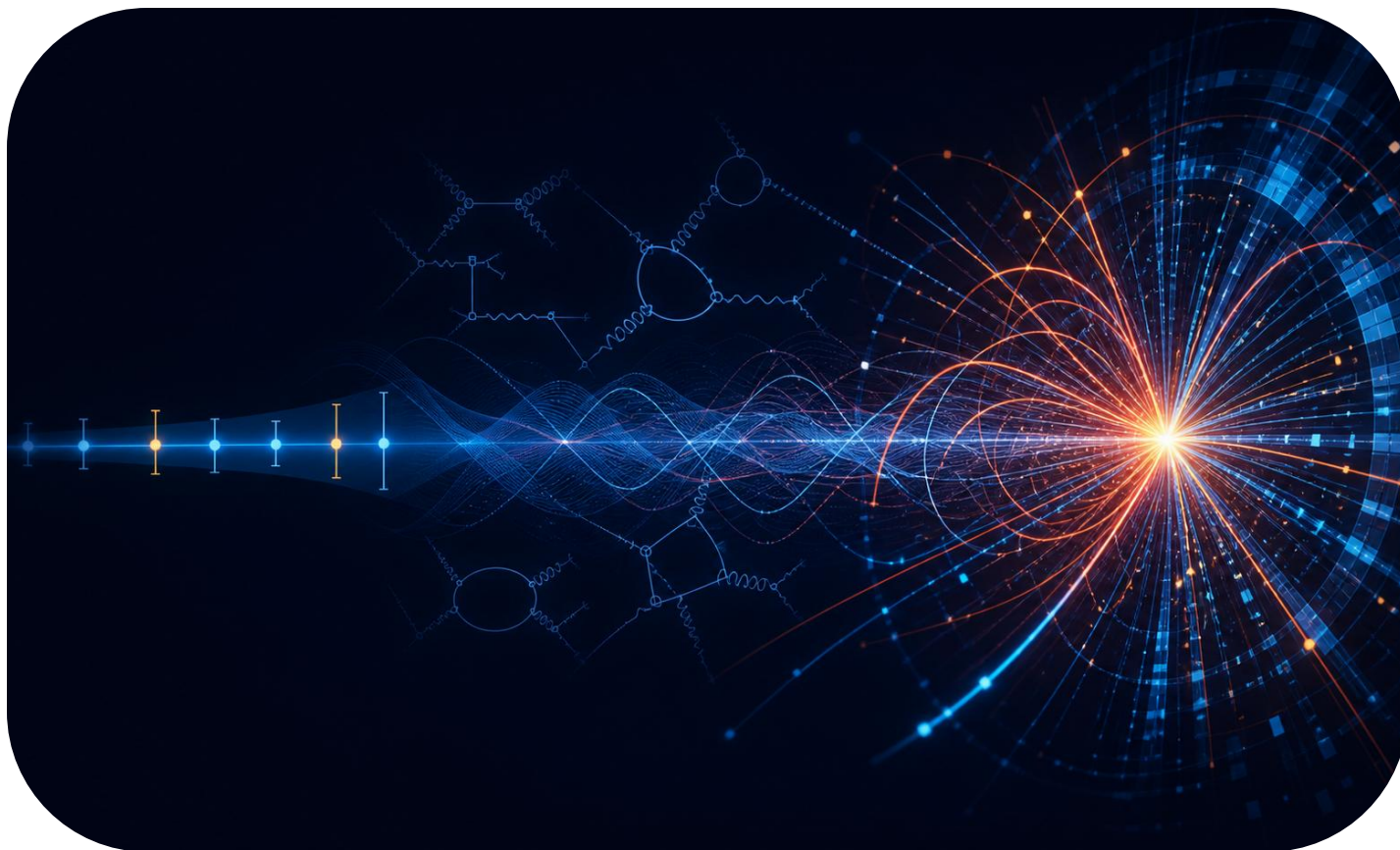
理论 $\leftrightarrow$ 实验

把计算转为实验可检验的理论预言

研究

基本相互作用

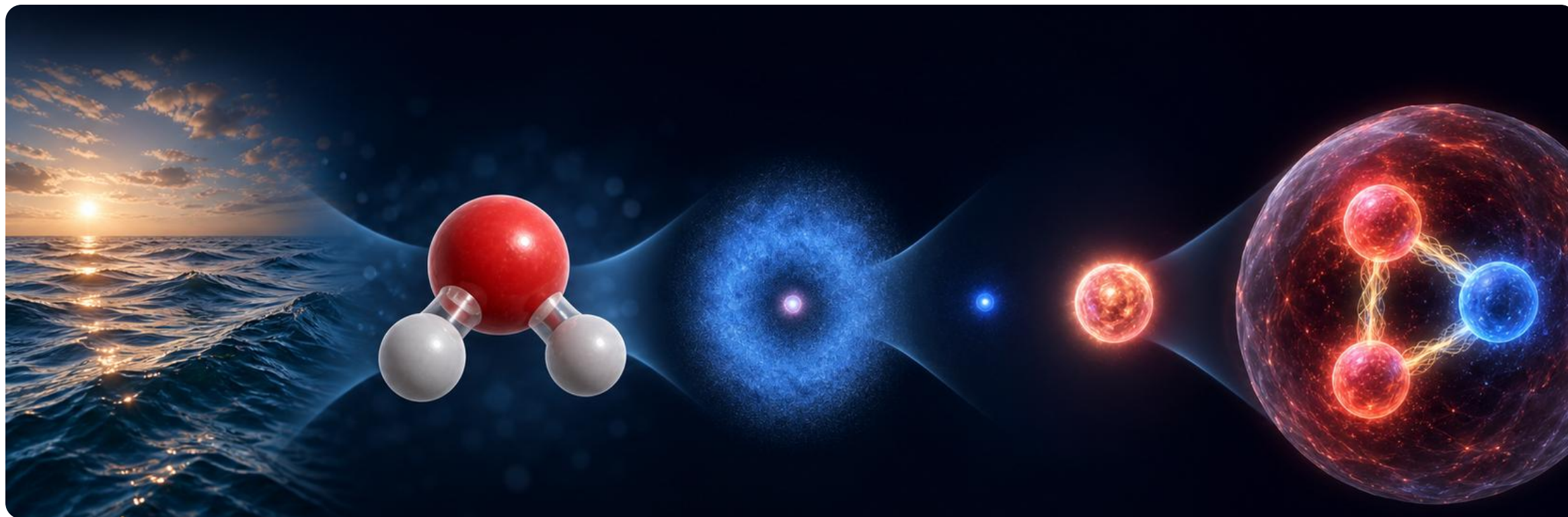
理论与实验的对比 => 对基本相互作用的认识



精度 => 微小的新物理效应

物质由什么构成？

层级结构

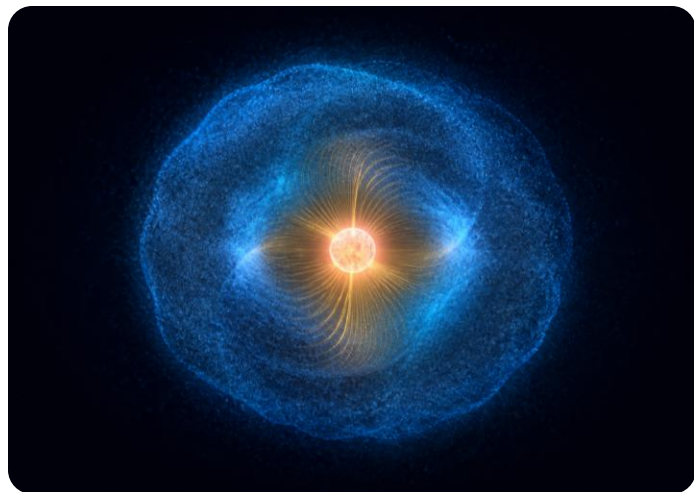


放大

大海 → H₂O 水分子 → H 氢原子 → e^- (电子) + p (质子) → proton = u u d (夸克)

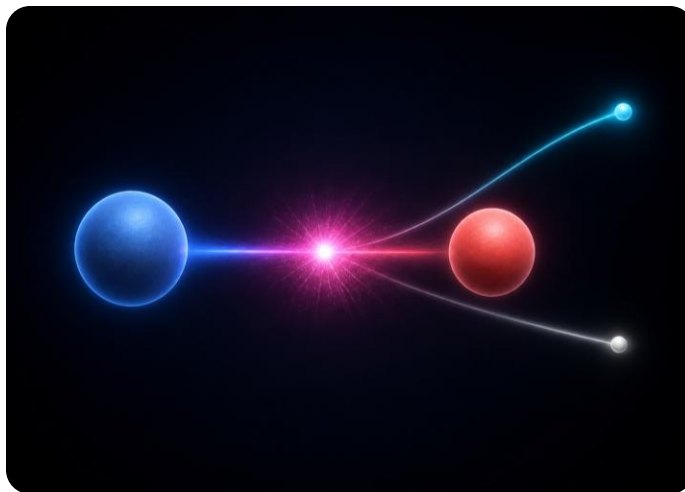
每进一步，都是对自然更深入的认识

基本粒子如何相互作用?



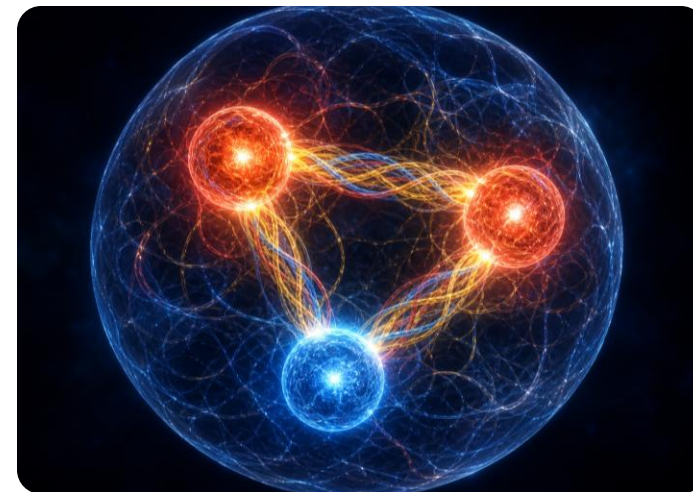
电磁相互作用

电荷吸引把电子和质子结合成原子



弱相互作用

把一个粒子转变成其它粒子
例如: $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
中子 $\rightarrow$ 质子+电子+电子中微子



强相互作用 (QCD)

把夸克禁闭在质子中

标准模型：基本粒子和三种作用

我们对亚原子世界最精确的描述！

物质

6 夸克 + 6 轻子

三代粒子、反粒子

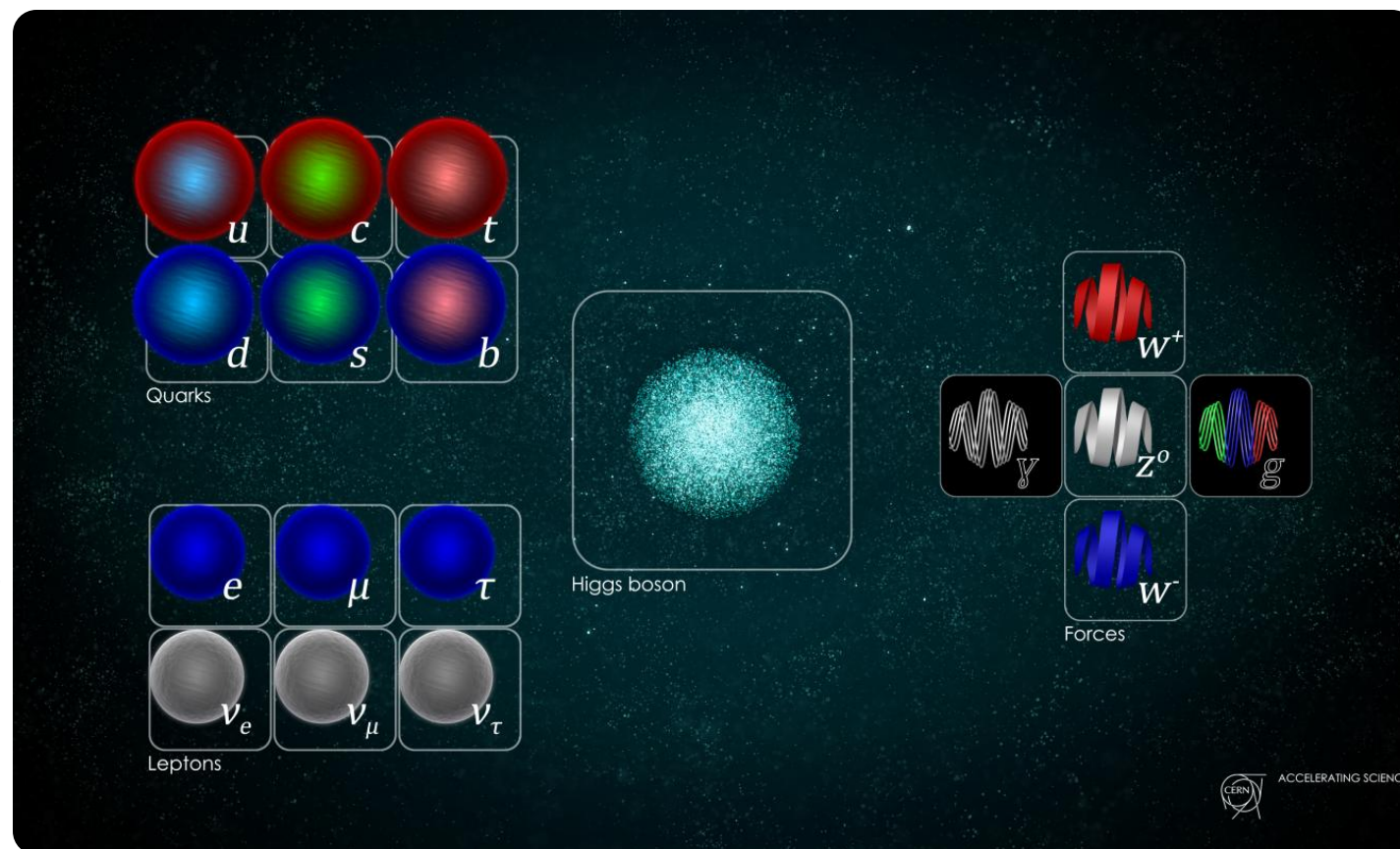
相互作用

Photon • W/Z • gluon
(光子, W/Z, 胶子)

玻色子传递电磁、弱和强相互作用。

HIGGS (希格斯玻色子)

基本粒子通过与 Higgs 场相互作用获得质量。



标准模型粒子图表 • Daniel Dominguez/CERN

未包含：引力和暗物质。

建立标准模型的若干实验

只有得到自然的验证，预言才成为物理。

1974 粲夸克 (J/ψ) — SLAC SPEAR + Brookhaven

1975 Tau 轻子(τ) — SLAC-LBL SPEAR

1977 底夸克 (Υ) — Fermilab E288

1983 W , Z 玻色子 — CERN SPS collider • UA1/UA2

1995 顶夸克 — Fermilab Tevatron • CDF/DØ

2012 Higgs 玻色子 — CERN LHC • ATLAS/CMS

对撞机发现了最重的粒子。

有些粒子寿命太短，无法在宇宙射线中被观测到

对撞机将预言转化为发现

利用对撞实验研究粒子物理

对撞机物理广泛而活跃。

精确前沿 **SuperKEKB (Belle) • BEPCII (BESIII)**

e^+e^- 电子对撞,
粲夸克, 底夸克物理, 以及对新物理的精确搜寻

能量前沿 **LHC (ATLAS, CMS, LHCb, ALICE)**

质子对撞达到超高能量并产生重粒子
高能QCD、重离子、直接搜寻新物理

未来对撞机 **CEPC • FCC-ee • STCF**

未来的 Higgs / Tau-粲 工厂旨在实现前所未有的精度

大型强子对撞机 (Large Hadron Collider)

世界上规模最大、能量最强的粒子对撞机!

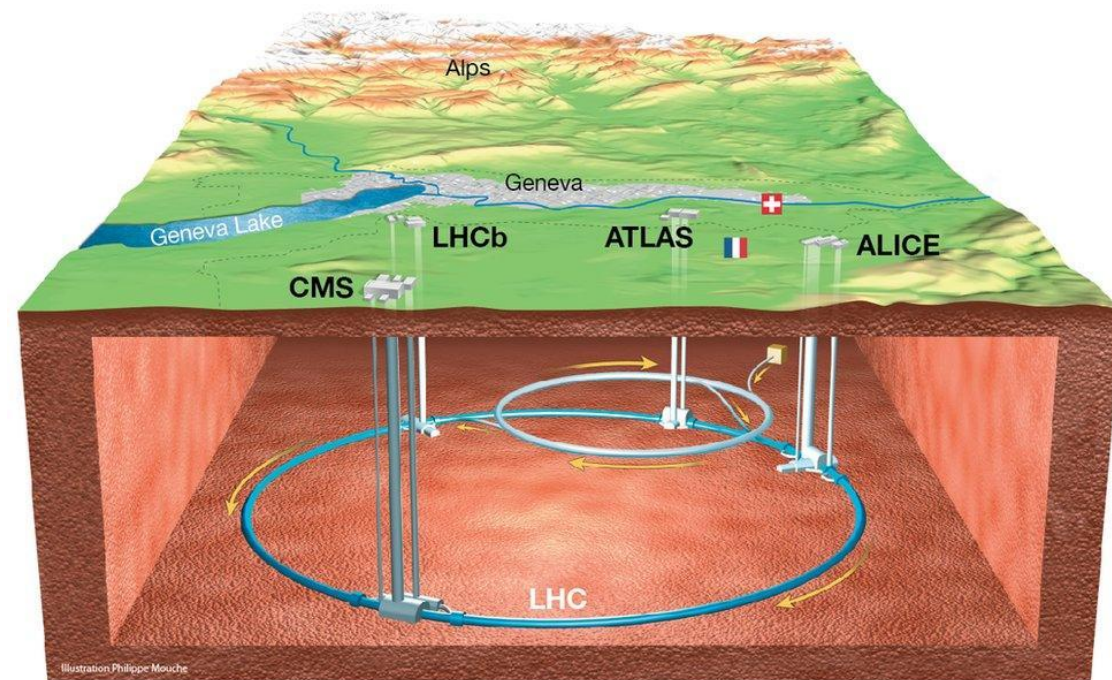
质子 + 质子

CERN 的 27 km 环形隧道

两束接近光速的 ($0.9999999991\ c$)
粒子束迎头对撞.

对撞能量(13 TeV)可转化为质量—从而
产生重的短寿命粒子

这就是能量前沿。



$$1\text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19}\text{ J}$$

对撞机实验如何工作？

1 对撞

使两束粒子发生对撞.

2 探测

各层探测器记录径迹和沉积能量

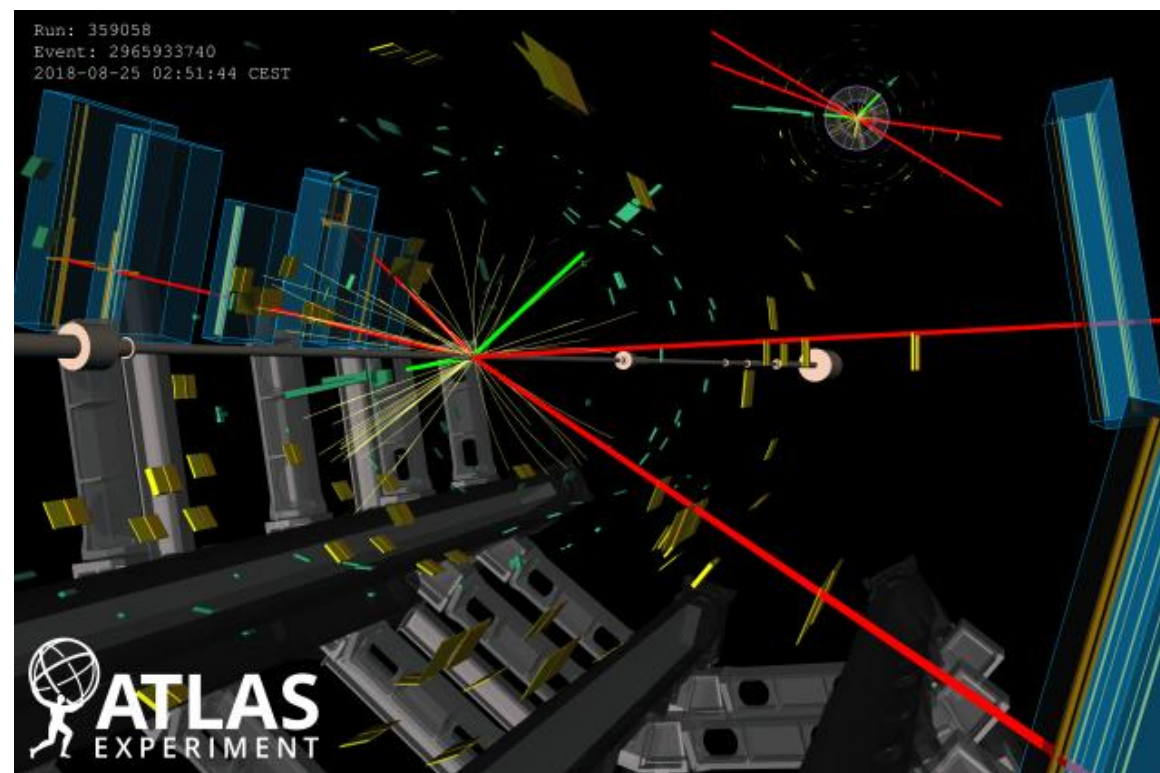
3 重建

软件识别粒子及其衰变来源.

4 检验

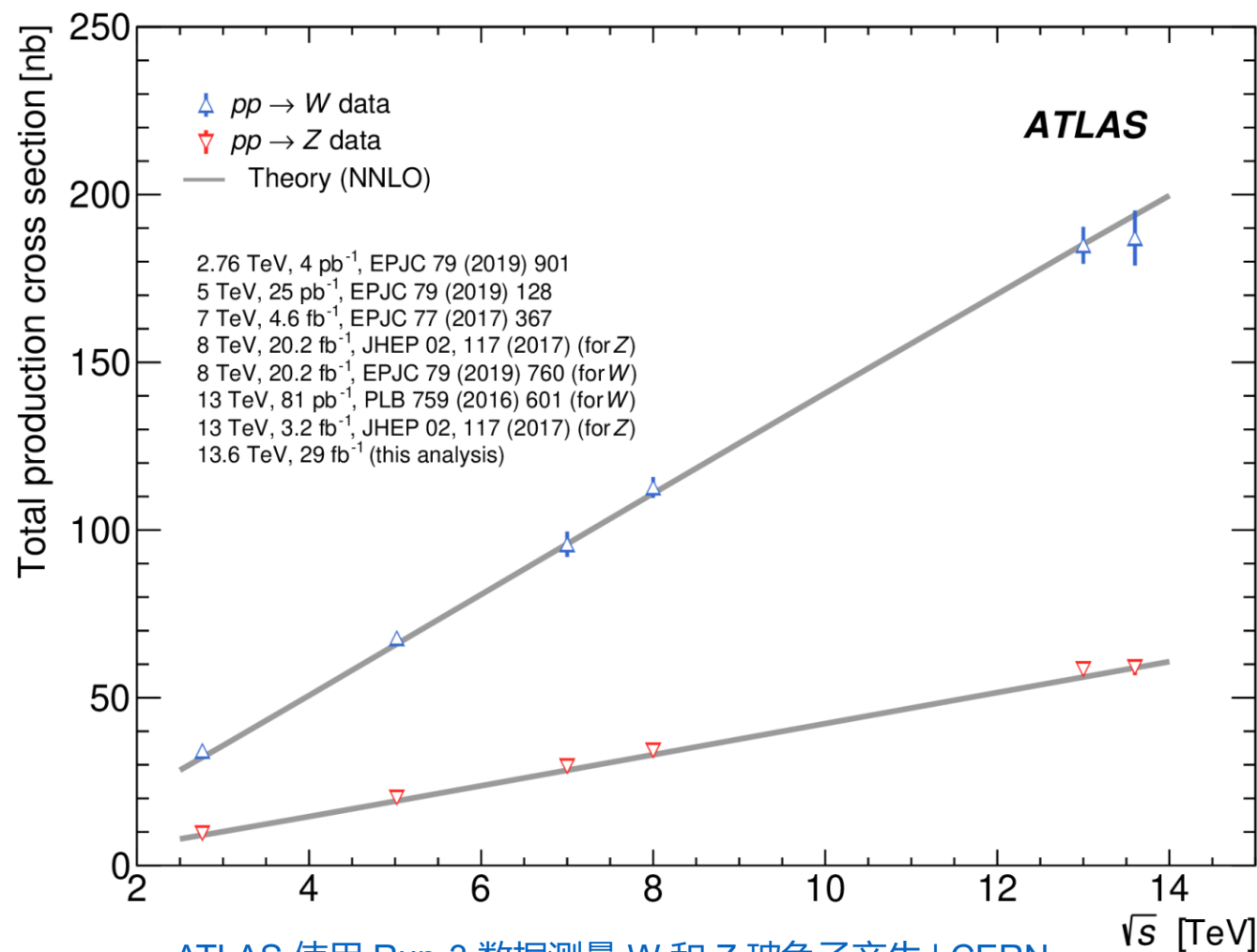
将大量事例与理论比较.

ATLAS 重建的一次对撞事例



$$p p \rightarrow Z (\mu^+ \mu^-) H (Z Z^* \rightarrow e^+ e^- \mu^+ \mu^-)$$

LHC 测量检验标准模型理论



[ATLAS 使用 Run-3 数据测量 W 和 Z 玻色子产生 | CERN ATLAS 实验](#)

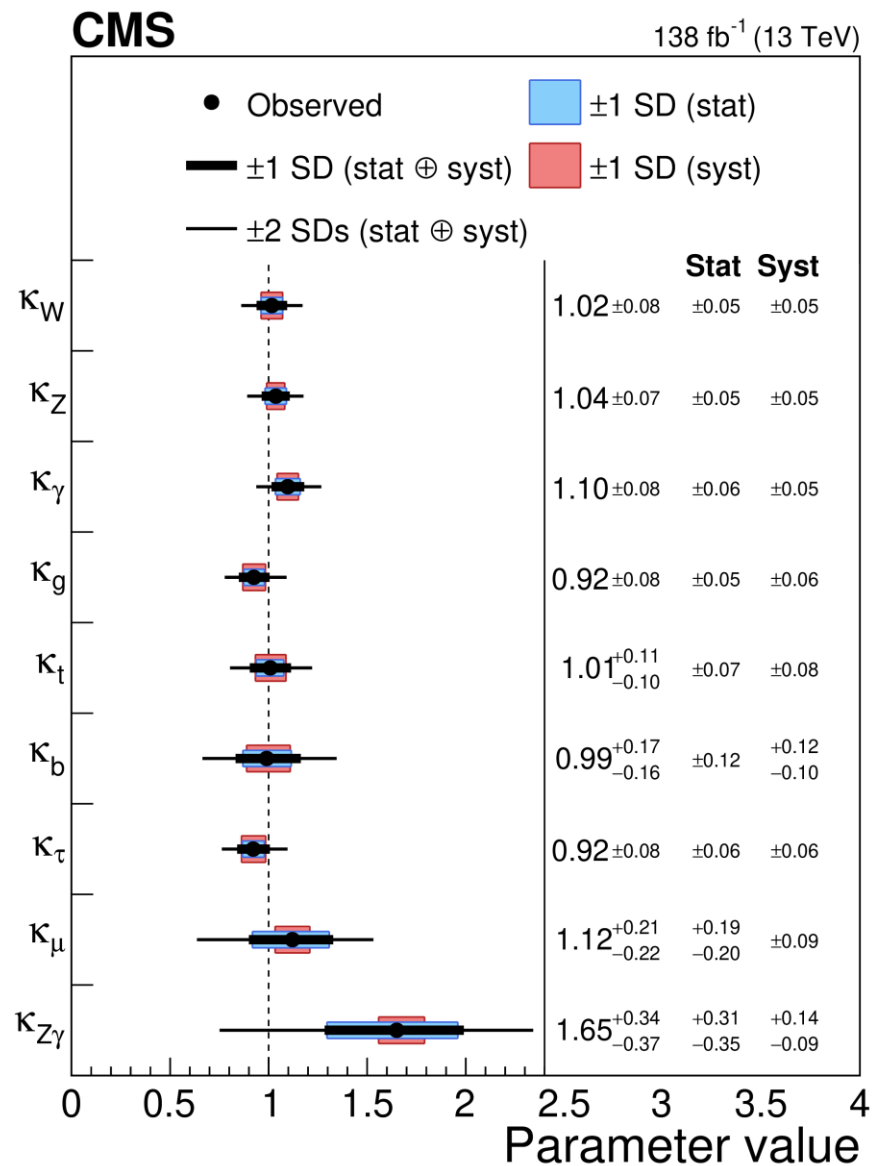
在不同过程和对撞能量下，数据点都一再落在理论带上。

产生率跨越 13 个数量级仍与理论一致

pp、W/Z、top、Higgs、双玻色子、三玻色子、四顶夸克

[ATLAS 文档](#)

当前数据与理论比较



耦合修正因子

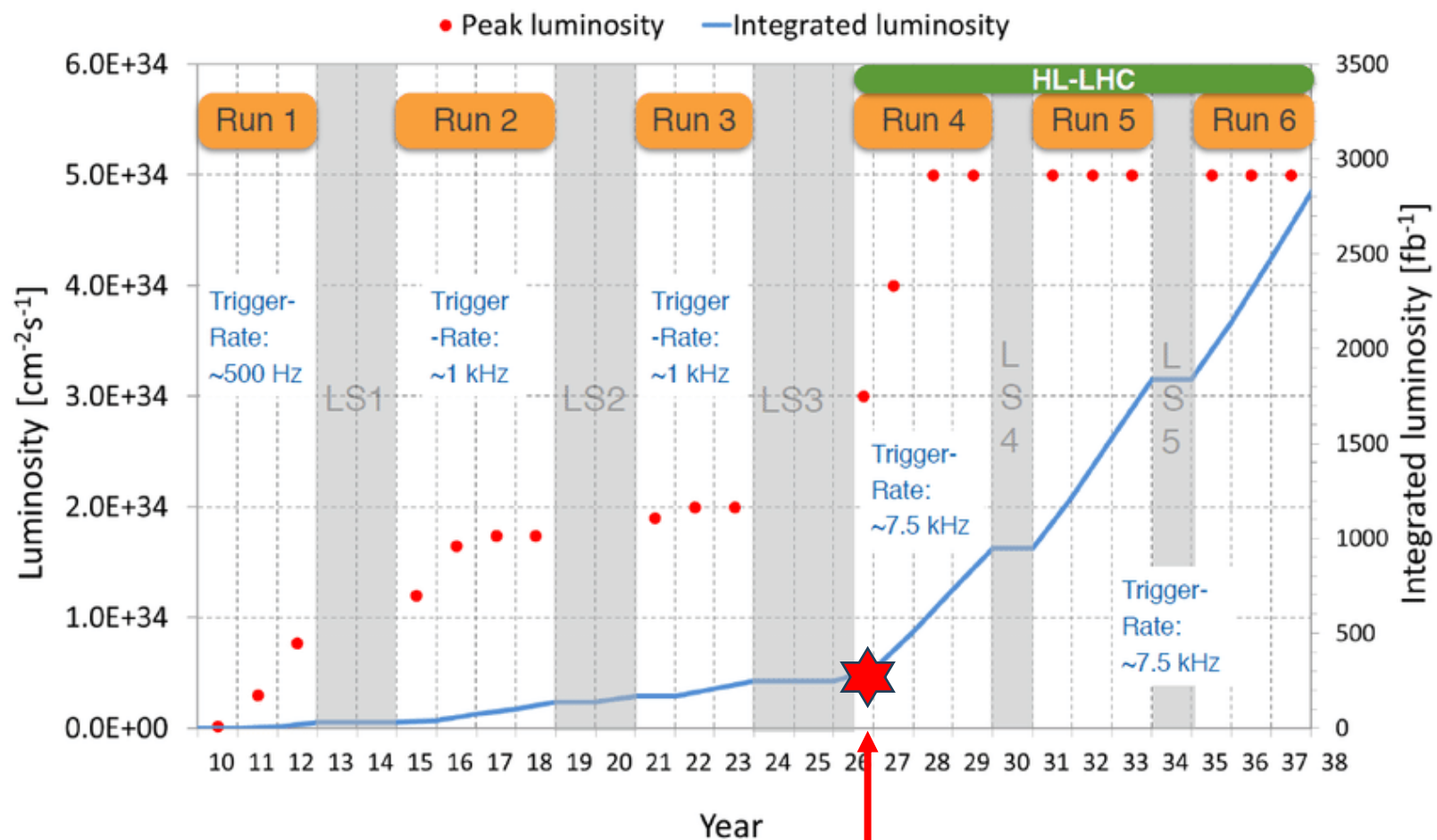
$$\kappa_X = \frac{y_X}{y_X^{\text{SM}}}$$

对标准模型的一致性检验

目前：10% — 20% 的不确定度

[CMS-HIG-22-001](#)

高亮度 LHC

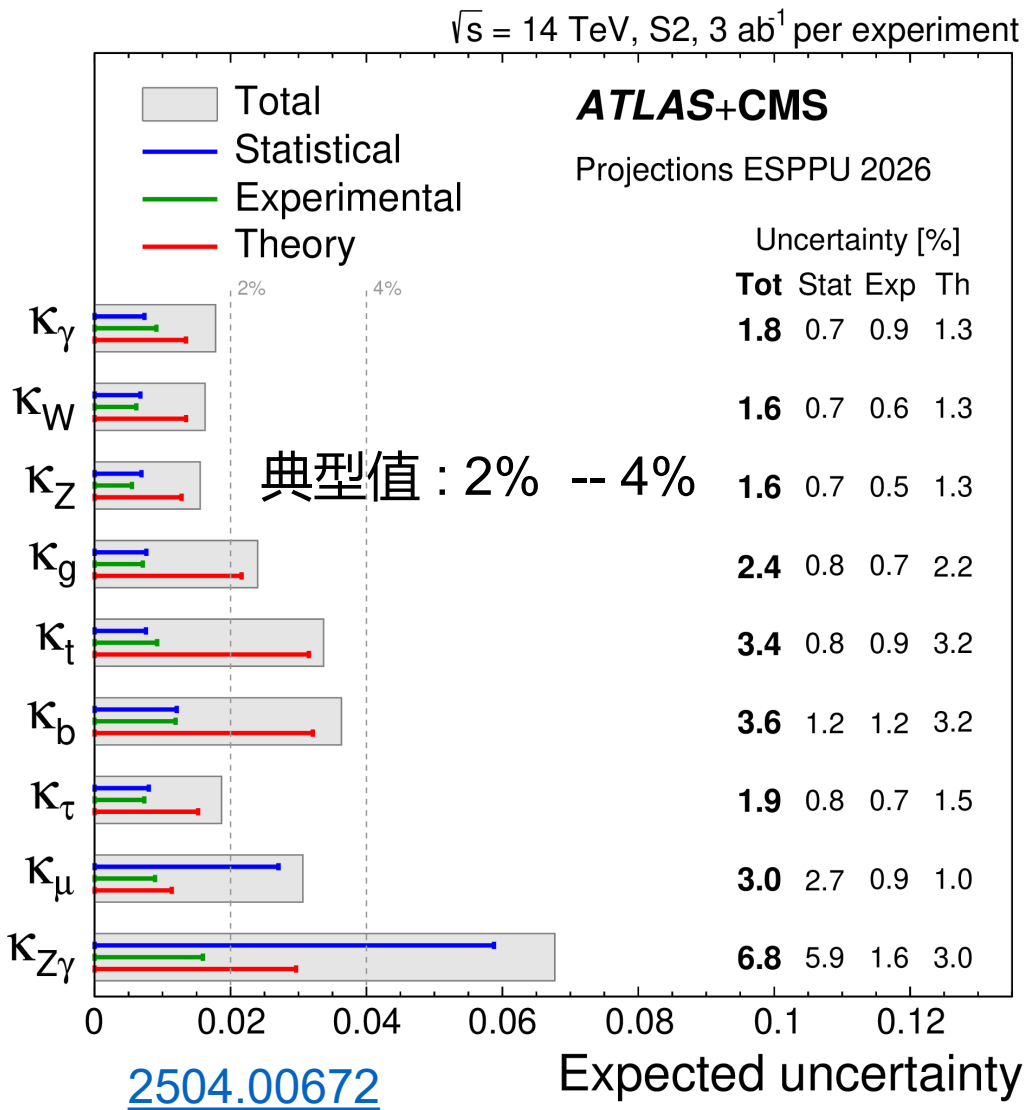


我们在这里

亮度：发生对撞的机会会有多少。

高亮度-LHC 将在未来十年提供约 10 倍的数据。

HL-LHC 需要高精度理论预言



数据增多改变了瓶颈

1. 统计精度提高

HL-LHC 将记录更多 Higgs 事例，从而降低统计不确定度

2. 理论误差变得可比

对若干 Higgs 耦合，理论不确定度已与各项实验不确定度相当。

若理论不改进，精度上限将由理论而非实验决定。

精确预言如何构建？

➤ 精确预言如何构建？

微扰展开 → 费曼 (Feynman) 图 → 费曼 (Feynman) 积分

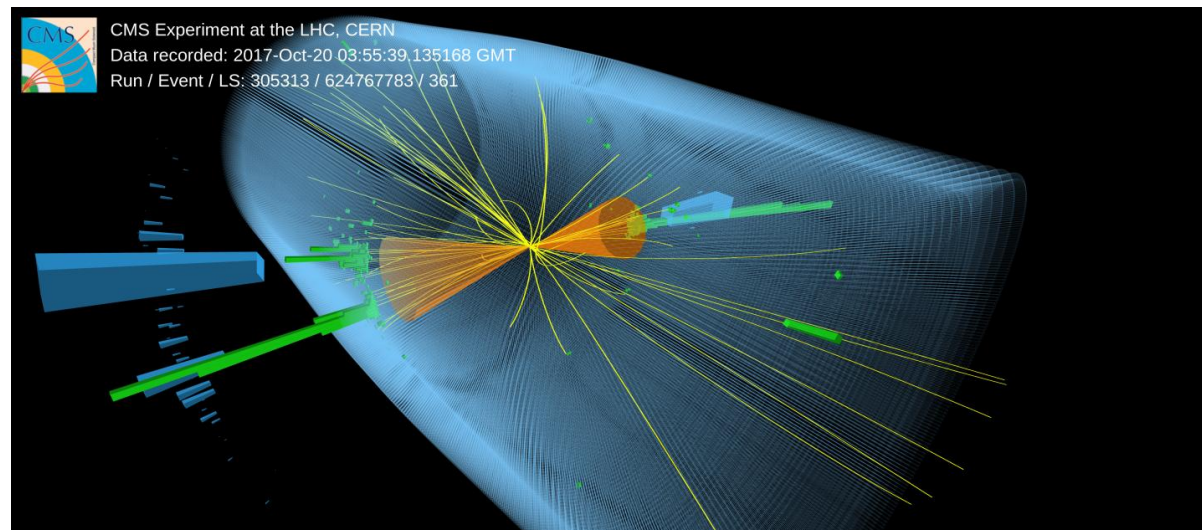
➤ 瓶颈是什么？

约化并计算复杂的多圈费曼积分

➤ 一个具体例子：

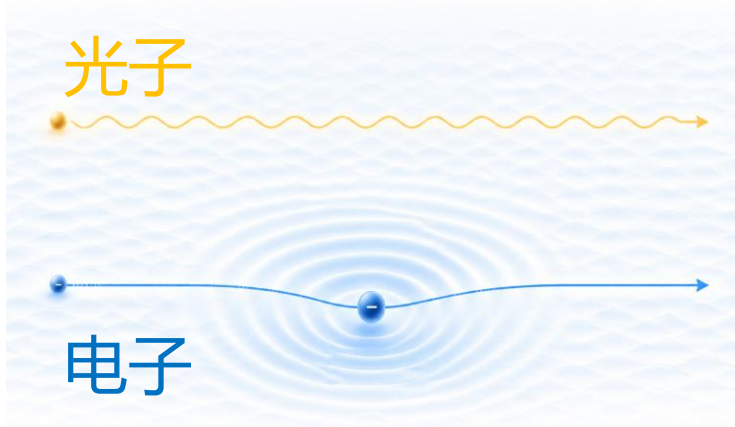
Higgs + jet (喷注) 产生

Jet: 由一簇窄锥粒子组成的喷注



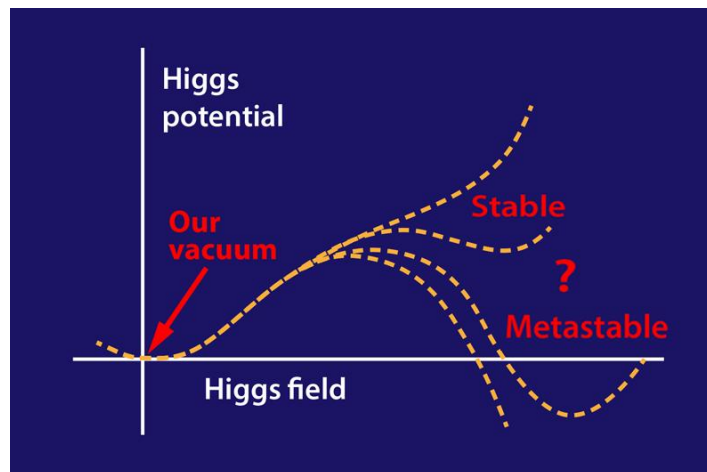
$$H(b\bar{b}) + j$$

为什么研究 Higgs?



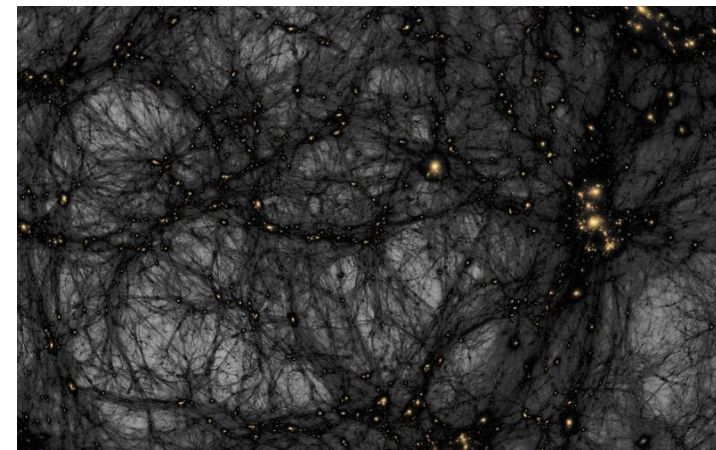
基本粒子的质量起源

电弱对称性破缺



宇宙的稳定性

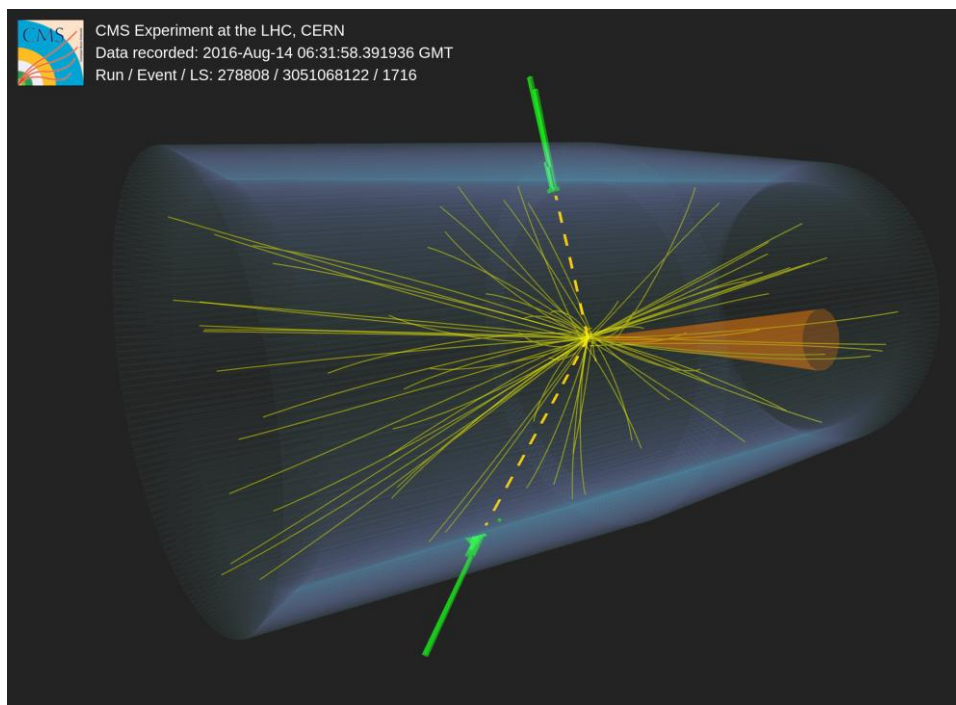
Higgs 势



通向新物理的独特窗口

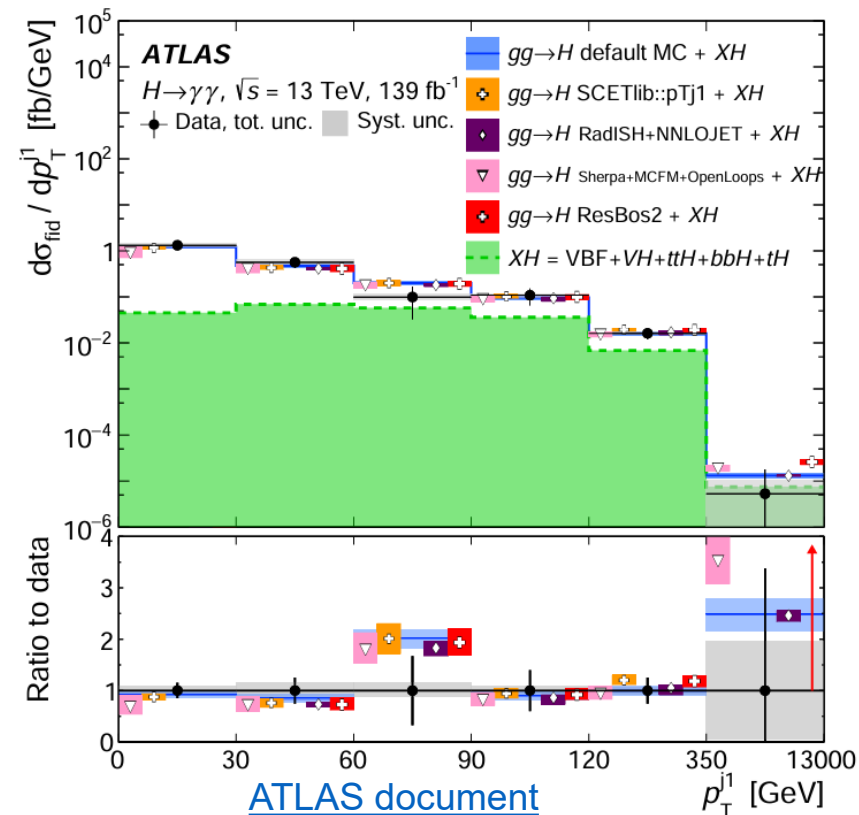
复合 Higgs?
与新粒子耦合?

Higgs 玻色子常与高能 jet 一同产生



[CMS Experiment](#)

$H(\gamma\gamma) + j$



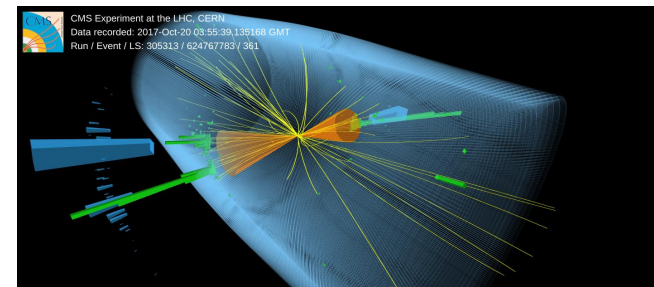
[ATLAS document](#)

ATLAS/CMS 测量了很宽 jet 横动量范围内的 Higgs-plus-jet 产生率。

理解这一谱分布需要精确的 QCD 预言。

我们能产生多少事例?

Higgs + jet 事例的预期数量



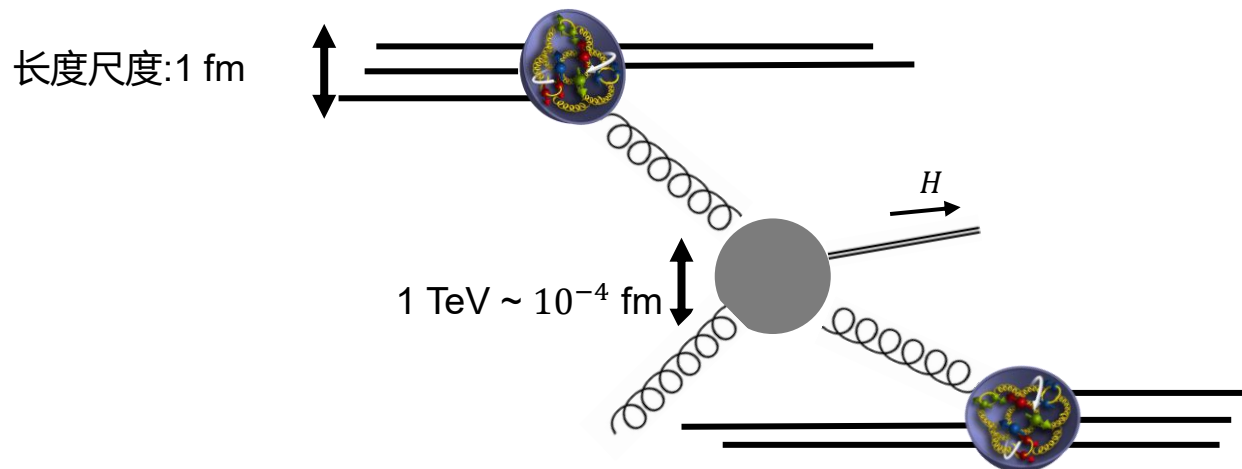
$$N_{H+J} \sim L_{\text{int}} \sigma(pp \rightarrow H + J)$$

Luminosity 亮度: 发生对撞的
机会会有多少。

Cross section 截面:
该过程发生的概率

精确的 Higgs 物理需要精确的 $\sigma(pp \rightarrow H + \text{jet})$

从质子到部分子 (parton)



$$\sigma_{pp \rightarrow H+J} \sim f_{i \leftarrow p} \otimes f_{j \leftarrow p} \otimes \hat{\sigma}_{ij \rightarrow H+k}$$

截面: 质子对撞中产生 Higgs + jet 的概率

部分子对撞中产生 Higgs + jet 的概率

一个部分子 (夸克或胶子) 形成一个 jet

在质子中找到一个部分子的概率 实验可测

微扰展开

按强相互作用耦合常数展开截面 $\alpha_s \sim 0.1$.

$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}^{(0)}$	领头阶 Leading-order (LO)
$+ \alpha_s^1 \hat{\sigma}^{(1)}$	次领头阶 Next-to-leading order (NLO)
$+ \alpha_s^2 \hat{\sigma}^{(2)}$	NNLO
$+ \alpha_s^3 \hat{\sigma}^{(3)}$	N3LO
$+ \dots$	

每增加一阶，缺失项带来的不确定度都会减小

精确意味着计算高阶修正！

从量子振幅到可测量的产生截面

1. 散射截面 Cross-section

$$\sigma \sim \int dPS |A|^2$$

振幅模方
对末态动量积分

2. 振幅 Amplitude

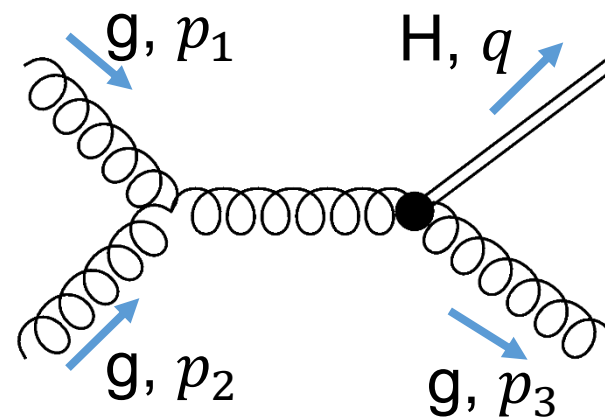
量子对象：求和发生反应的所有中间可能路径

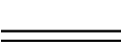
3. 费曼图 Feynman diagram

可视化相互作用路径，振幅



Higgs + jet 的一个代表性费曼图



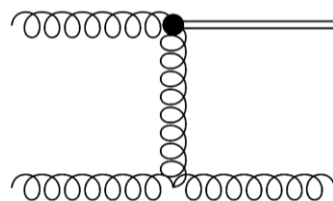
 gluon  Higgs

● ggH effective coupling

动量守恒: $p_1 + p_2 = q + p_3$

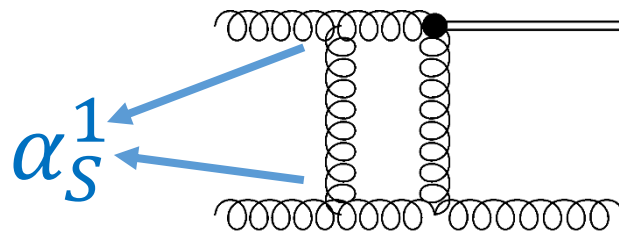
振幅的高阶修正

$$A = A^{(0)}$$



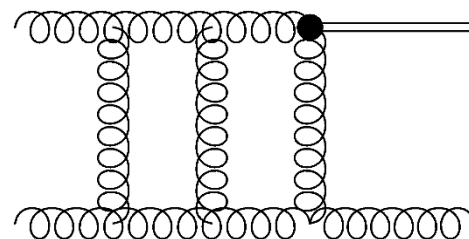
+ 3 幅图

$$+ \alpha_S^1 A^{(1)}$$



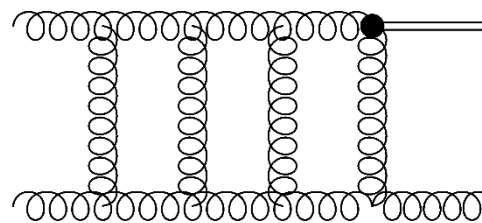
+ O(10) 幅图

$$+ \alpha_S^2 A^{(2)}$$



+ O(1000) 幅图

$$+ \alpha_S^3 A^{(3)} \\ + \dots$$

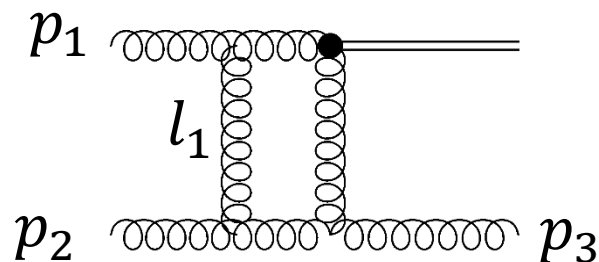


+ O(10,000) 幅图

复杂度急剧增长!

Feynman 积分

振幅可以写成 Feynman 积分的线性组合



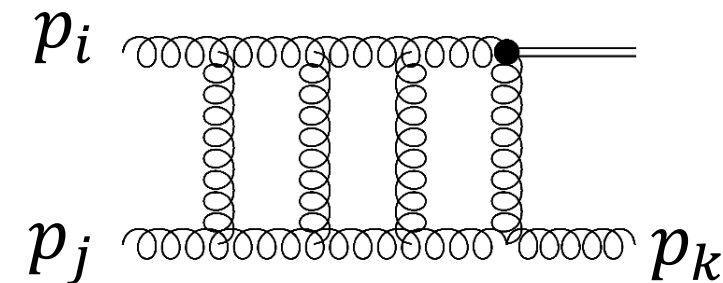
$$\sim \int_{-\infty}^{+\infty} d^d l_1 \frac{l_1 \cdot p_1}{l_1^2 (l_1 + p_1)^2 (l_1 - p_2)^2 (l_1 - p_2 + p_3)^2} + \dots$$

A blue arrow points from the text "中间粒子可以以任意动量传播" to the $d^d l_1$ term in the integral.

中间粒子可以以任意动量传播，求和所有贡献

三圈 H+J 振幅

$$A^{(3)} = \sum_{i=1}^{O(10^6)} f_i \times I_i$$



50 GB 文件大小

43183 费曼图,
6 million 费曼积分

After symmetry



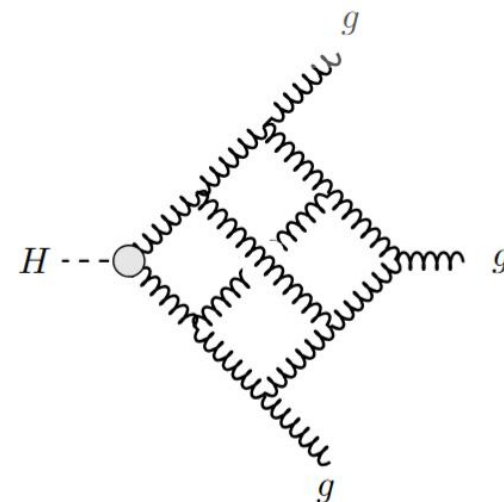
46 拓扑,
200k 费曼积分

Qgraf: Nogueira et al., Comput. Phys. 1993

CalcLoop: Ma et al., <https://gitlab.com/multiloop-pku/calclloop>

瓶颈：积分计算

费曼积分是主要的计算瓶颈



15 个指标: 10 个传播子 和 5 个不可约标量积

$$\int \frac{d^d l_1 d^d l_2 d^d l_3 [(l_2 + p_1)^2]^{-a_{11}} [(l_3 + p_1)^2]^{-a_{12}} [(l_1 + p_2)^2]^{-a_{13}} [(l_3 + p_2)^2]^{-a_{14}} [(l_1 - p_3)^2]^{-a_{15}}}{[l_1^2]^{a_1} [(l_1 + p_1)^2]^{a_2} [l_2^2]^{a_3} [(l_2 + p_2)^2]^{a_4} [l_3^2]^{a_5} [(l_3 + p_3)^2]^{a_6} [(-l_1 + l_3 + p_3)^2]^{a_7} [(l_2 + l_3)^2]^{a_8} [(-l_1 + l_2 + l_3 - p_1)^2]^{a_9} [(-l_1 + l_2 + l_3 + p_2 + p_3)^2]^{a_{10}}}$$

分子多项式总幂次最高可达 6

根本问题不在于有数十万个积分，而在于其复杂度。

费曼积分之间的线性关系

$$c_1 I_1 + c_2 I_2 + \cdots + c_n I_n = 0$$

....

c_i 是有理函数系数

I_i 是 费曼积分

20万 积分
分子幂次 6

After using relations



2236 主积分 master integrals
分子幂次 2

需要计算的积分更少、更简单！

分部积分Integration-by-part (IBP) 等式

$$I[a_1, a_2, \dots, a_{15}] \equiv \int \prod_i^L \frac{d^d l_i}{i \pi^{d/2}} \frac{1}{D_1^{a_1} \dots D_{15}^{a_{15}}}$$

$$0 = \int \prod_i^L \frac{d^d l_i}{i \pi^{d/2}} \frac{\partial}{\partial l^\mu} \frac{v^\mu}{D_1^{a_1} \dots D_{15}^{a_{15}}}$$

Chetyrkin et al., NPB(1981)
K.G. Chetyrkin and A.L. Kataev, 1981

计算导数 • 再次用 D_i 表示

$$(d + 4) I[a_1 + 1, a_2, \dots, a_{15}] + I[a_1, a_2 + 1, \dots, a_{15} - 1] + \dots = 0$$

如何使用 IBP 等式?

从递推关系到 Laporta 算法。

递推关系：适用于所有积分的符号约化规则

$$I[a_1, a_2] = c_1 I[a_1 - 1, a_2] + c_2 I[a_1, a_2 - 1]$$

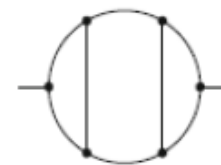
需要繁重的手工推导，而且不保证成功

Laporta 算法：约化特定的目标积分

Laporta, 0102033

Gauss 消元

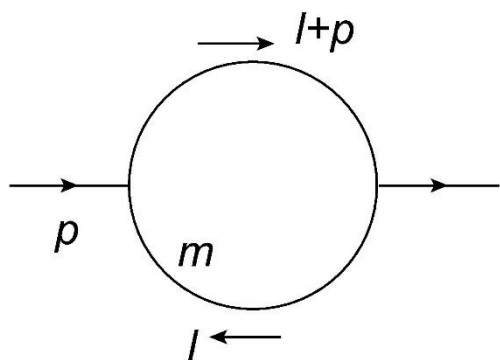
系统化方法，如今已被广泛采用



K.G. Chetyrkin and A.L. Kataev, 1981
Forcer, Ruijl, Ueda, Vermaseren,
1704.06650

[**AIR**, Anastasiou, Lazopoulos, hep-ph/0404258;
Reduze, Studerus, 0912.2546;
LiteRed, Lee, 1310.1145;
FIRE 6, Smirnov, Chuharev, 1901.07808;
Kira 2, Klappert et al., 2008.06494;
CARAVEL, Abreu et al., 2009.11957;
NeatIBP, Wu et al., 2305.08783;
Blade, XG, Liu, Ma et al., 2405.14621]

Laporta 算法



$I(a_1, a_2)$

$$0 = \int \frac{d^d l}{i \pi^{d/2}} \frac{\partial}{\partial l^\mu} \frac{l^\mu}{(l^2 - m^2)^{a_1} ((l+p)^2 - m^2)^{a_2}}$$

$$0 = \int \frac{d^d l}{i \pi^{d/2}} \frac{\partial}{\partial l^\mu} \frac{p^\mu}{(l^2 - m^2)^{a_1} ((l+p)^2 - m^2)^{a_2}}$$



1. 目标积分: $I(1, -2)$

2. 播种 (数值 $\vec{a}$), 收获方程

种子积分

$I(1,0), I(1,-1), I(1,-2)$

$$(2 - 2\epsilon) I[1, 0] - 2 m^2 I[2, 0] = 0$$

$$-I[1, 0] + I[2, -1] - s I[2, 0] = 0$$

$$(3 - 2\epsilon) I[1, -1] + (2 m^2 - s) I[1, 0] - 2 m^2 I[2, -1] = 0$$

$$-2 I[1, -1] - s I[1, 0] + I[2, -2] - s I[2, -1] = 0$$

$$(4 - 2\epsilon) I[1, -2] + (4 m^2 - 2 s) I[1, -1] - 2 m^2 I[2, -2] = 0$$

$$-3 I[1, -2] - 2 s I[1, -1] + I[2, -3] - s I[2, -2] = 0$$

3. Gaussian 消元

$$I[1, -2] \rightarrow \frac{s (-2 m^2 - 2 s + s \epsilon) I[1, 0]}{-2 + \epsilon}$$

主积分

更简单!

IBP 约化 (Laporta 算法) 面临的挑战

复杂的中间表达式

简单输入 $\Rightarrow$ 中间表达式膨胀 $\Rightarrow$ (相对) 简单的输出

大规模线性方程组消耗大量资源

O(TB) 内存

例如 W/Z+J (与 H+J 类似, 但更简单)

Mella, Pos LL2024

数月运行时间

例如, 五圈 QCD beta 函数使用了 $O(10^6)$ core*h.

Baikov, Chetyrkin, Kuhn, 1606.08659

例如, 四圈 QED 形状因子中的 5×10^8 个方程

Laporta, 1910.01248



IBP 约化方法的若干进展

Syzygy

消除方程中不必要的积分，避免重复计算

Gluza, Kajda, Kosower, 1009.0472

NeatIBP, Wu, Boehm, Ma et al., 2305.08783

有限域

在有限域中求解线性系统（数值采样），
并重构解析结果。

Manteuffel, Schabinger, 1406.4513

FiniteFlow, Peraro, 1905.08019

Firefly, Klappert, Lange, 1904.00009

Spanning-cut/sector

将线性系统划分为子系统，
分而治之。

Larsen, Zhang, et. al., 1511.01071,
1805.01873, 2104.06866

Blade, XG, Liu, Ma, Wu. 2405.14621

块三角形式

识别并利用关系中的分块结构。

Liu, Ma, 1801.10523

XG, Liu, Ma, 1912.09294

Blade, XG, Liu, Ma, Wu. 2405.14621

改进播种策略

从一开始就避免生成不必要的种子
（关系）。

Blade, XG, Liu, Ma et al., 2405.14621

Driesse, Jakobsen, Mogull et al., 2403.07781

Bern, Herrmann, Roiban et al., 2406.01554

IBP 约化的难点：方程高度耦合 • 大量辅助积分

核心思想：

1. 严格分块上三角形式

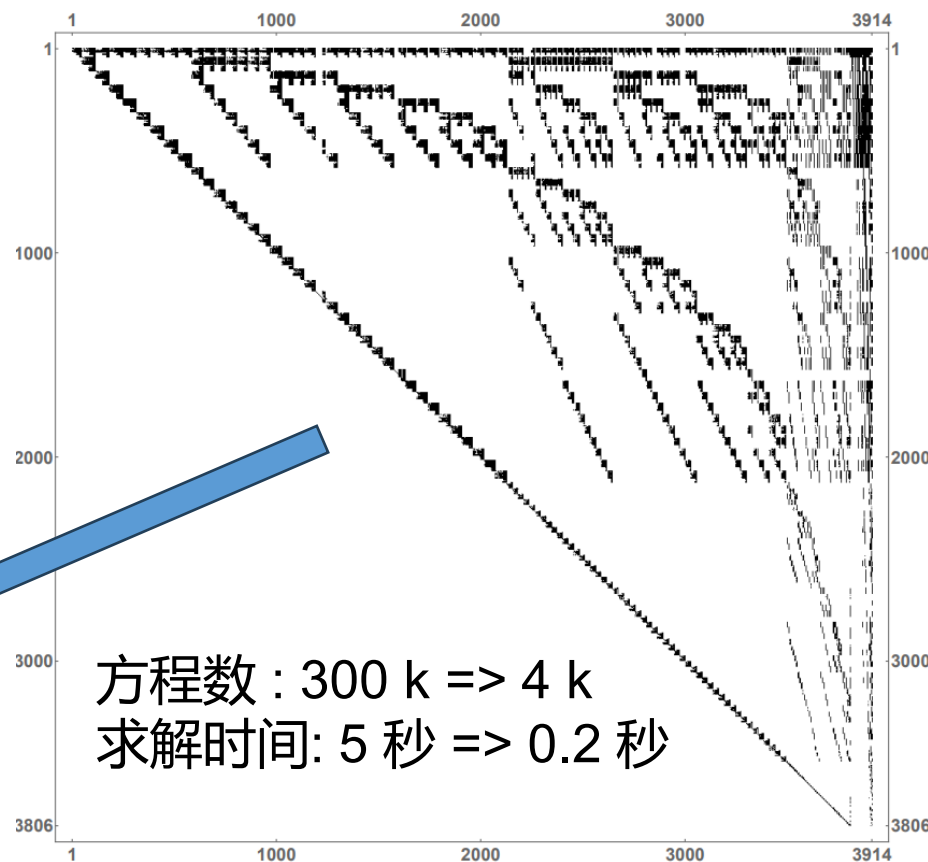
分块求解

2. 搜索/拟合所需积分之间的关系

方程数量减少若干个数量级

$$\begin{aligned} t^2 I[1,1,-2] + u^2 t I[1,1,-1] + \epsilon t^4 I[1,1,0] + u^2 I[0,1,-1] &= 0 \\ u^2 I[1,1,-2] + t^2 u I[1,1,-1] + \epsilon^2 (u^2 t^2 + t^4) I[1,1,0] &= 0 \end{aligned}$$

每一行是一个方程
每一列代表一个积分



块三角形式示例

IBP 约化总结



我们借助 Blade, 使这种约化在现实计算资源上变得可行。

- 显著降低内存用量!
- 速度提升若干个数量级。

数十万 core·hours



链接: <https://gitee.com/multiloop-pku/blade>

项目信息

Block-triangular form improved Feynman integral decomposition .

Blade: XG, Liu, Ma, Wu. 2405.14621

IBP 约化推动精确对撞机物理

一个隐藏的代数步骤支撑着许多最先进的理论预言。

N³LO

顶夸克对产生

未来 e^+e^- 对撞机的 NNNLO 散射截面
理论不确定度达到精度目标。

Chen, XG, He et al., 2209.14259

NLO 已广泛自动化——
NNLO/N³LO 仍处于计算前沿

重夸克衰变

NNNLO 衰变宽度与分布
精度满足未来对撞机的需求。

Chen, Chen, XG et al., 2309.01937, 2602.11879,
2602.11537

Belle II • CEPC • FCC-ee

更多两圈实例

轻子对撞机上的 HZ 产生 • B 工厂的双粲偶素

Chen, XG, He et al., 2209.14953

Chen, XG, He et al., 2508.20777

IBP 约化的应用超越对撞机物理

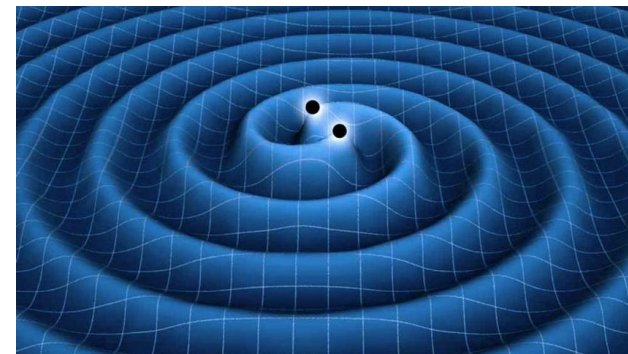
同一套方法如今连接着粒子物理、引力和新数学。

黑洞散射

散射振幅如今可以确定保守双星动力学到 5 PM 阶

Bern et al., 2512.23654

Driesse et al., 2601.16256



这套工具仍在发展

更智能的播种 • AI 辅助播种 • Tube seeding

Syzygy • 相交数理论 • 生成函数

20+

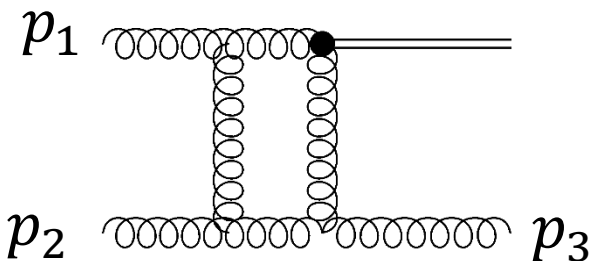
篇方法论文
自 2024 年 5 月以来

用微分方程计算主积分

利用 IBP 构造 主积分的微分方程

$$\frac{\partial I[1,1,1,1]}{\partial t} = -\frac{(s+t)}{2t} I[1,2,1,1] + \dots$$

IBP $= \frac{s+t}{s t} I[1,1,1,1] + \dots$



$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} = B_t(t, \epsilon) \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} \quad B_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \# & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \# & \# & \# & \# \end{pmatrix}$$

$t = (p_1 - p_3)^2$
 $u = (p_2 - p_3)^2$
 $d = 4 - 2\epsilon$

同理可得 $B_u(t, u, \epsilon)$ 解析求解微分方程，或使用级数展开

正则微分方程 canonical differential equation

Henn, 1304.1806

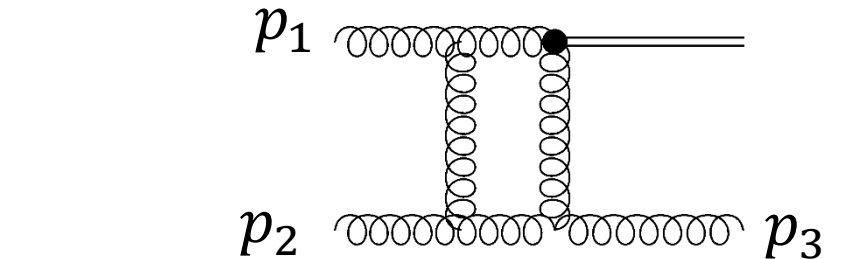
正则微分方程把解析求解微分方程变得十分简单!

找到一组合适的基

$$\vec{I} = T \vec{f}$$

保证 ϵ factorized

$$d \vec{f} = \epsilon \sum_k A_k d\text{Log}(\alpha_k) \vec{f}$$



$$d = 4 - 2\epsilon$$

我们只需要 ϵ 的级数展开的前几阶

$$\begin{aligned} f_4 = & 1 - \epsilon [\log(1 - t - u) + \log(u)] \\ & + \epsilon^2 \left[\frac{1}{2} \log^2(1 - t - u) + \frac{1}{2} \log^2(u) + \log(1 - t - u) \log(u) + \text{Li}_2(t + u) + \text{Li}_2(1 - u) - \frac{\pi^2}{6} \right] \\ & + O(\epsilon^3) \end{aligned}$$

H+J master integrals

我们投入了大量精力，将微分方程转化为正则形式。

正则微分方程极其简单

4 GB 微分方程 → 5 MB 正则微分方程

三圈出现新的结构

结果

用多重对数函数表示的紧凑解析结果

Lee, 1411.0911; Meyer, 1611.01087, 1705.06252

Gehrmann et al., 2410.19088

Di Vita et al., 1408.3107

Canko et al., 2112.14275

Henn et al., 2302.12776

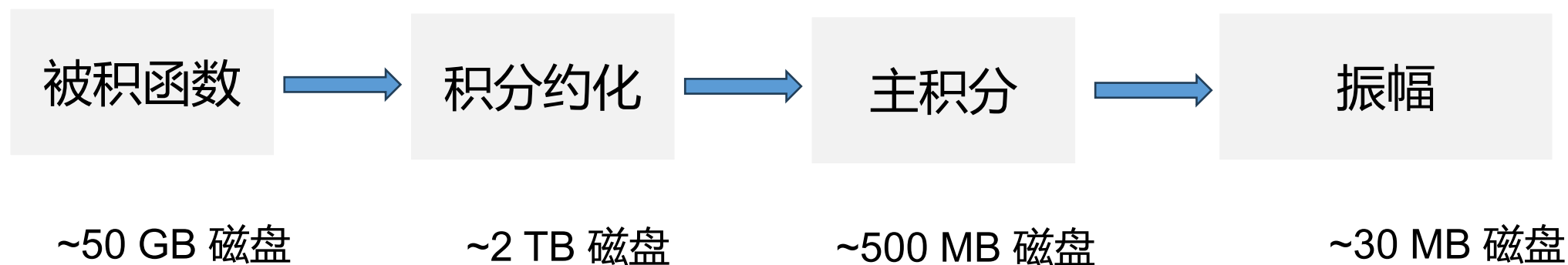
Syrrakos et al., 2307.08432

XG, Mistlberger, Ruf, [2511.13845](#)

XG, Mistlberger, Ruf, 2607.12033

$$d \vec{f} = \epsilon \sum_k A_k d\text{Log}(\alpha_k) \vec{f}$$

组装振幅



用多重对数函数表示的解析形式

验证

数值检验 • 共线极限 • UV/IR 结构 • N=4 SYM 结构

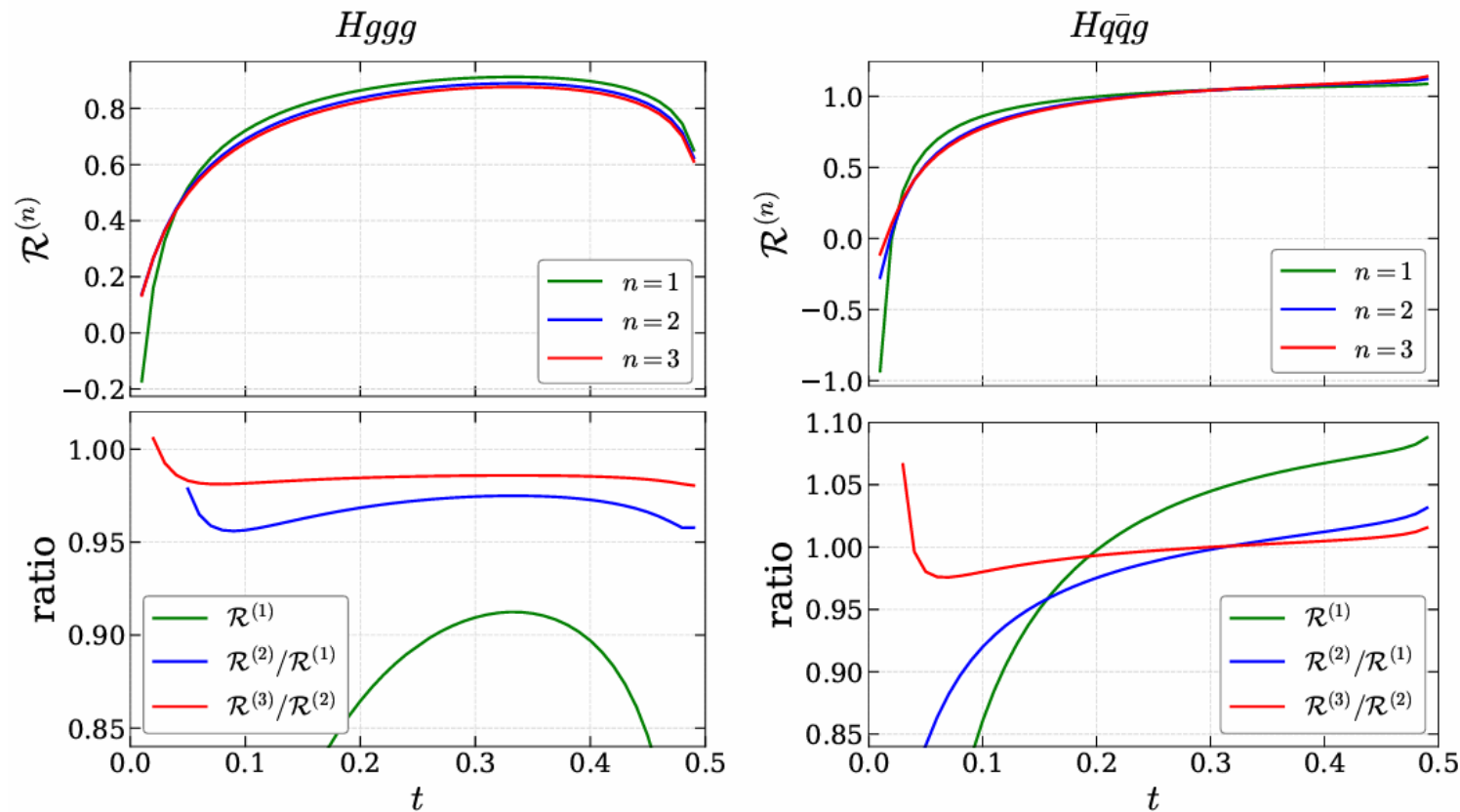
AMFlow: Liu, Ma, [2201.11669](#)

XG, Herzog, Ma, Mistlberger,
Suresh, [2408.03019](#)

Almelid, Duhr, Gardi, [1507.00047](#)
Becher, Neubert, [1908.11379](#)

Dixon et al., [2012.12286](#); [2204.11901](#)
Gehrmann et al., [2410.19088](#)
XG, Mistlberger, Ruf, [2511.13845](#)

振幅的数值结果



良好的收敛行为

三圈修正约为 2%
(尚非物理预言)

易于计算

可用于唯象学研究

不同微扰阶相干振幅 interfered amplitudes 沿着 $t = u$ 直线的数值结果

一个 H + jet 振幅解锁三类 Higgs 预言

LHC

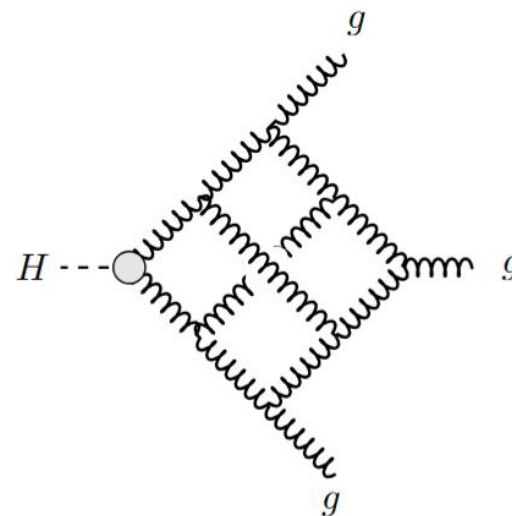
$N^3\text{LO}$ Higgs + jet 可观测量
与其余实辐射部分结合。

未来电子对撞机

$N^3\text{LO}$ $H \rightarrow 3 \text{ jets}$
通过 crossing symmetry 复用同一振幅。

Inclusive Higgs 产生

一个组成部分 (building block) for $N^4\text{LO}$
对末态积分后得到总反应率



一个三圈振幅连接微分分布、衰变与Higgs总反应率的精确预言。

这项计算解锁了一套可复用的三圈工具

1 条有质量外腿 • $2 \rightarrow 2$ 散射 • 3 圈

唯象学

$b \bar{b} \rightarrow Hg$ • $W/Z + \text{jet}$
在其他单质量过程中复用这套积分基

T. Gehrmann, P. Jakubčík, C. C. Mella et al., 2307.15405

XG, Mistlberger, Ruf, To appear

振幅理论

$N = 4$ SYM form factors
为 bootstrap 和解析结构研究提供输入。

Gehrmann et al., 2410.19088

XG, Mistlberger, Ruf, 2511.13845

下一前沿

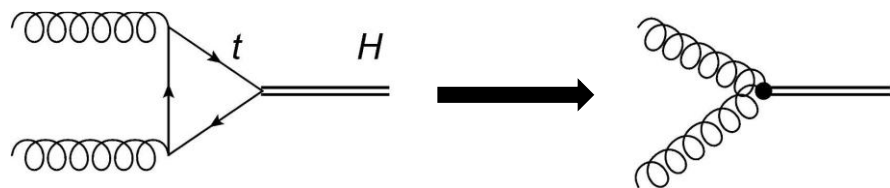
四圈 / $N^4\text{LO}$ Higgs 产生
同样的技术使下一阶计算成为可能。

成果不只是一项振幅——更是一套可复用的计算工具。

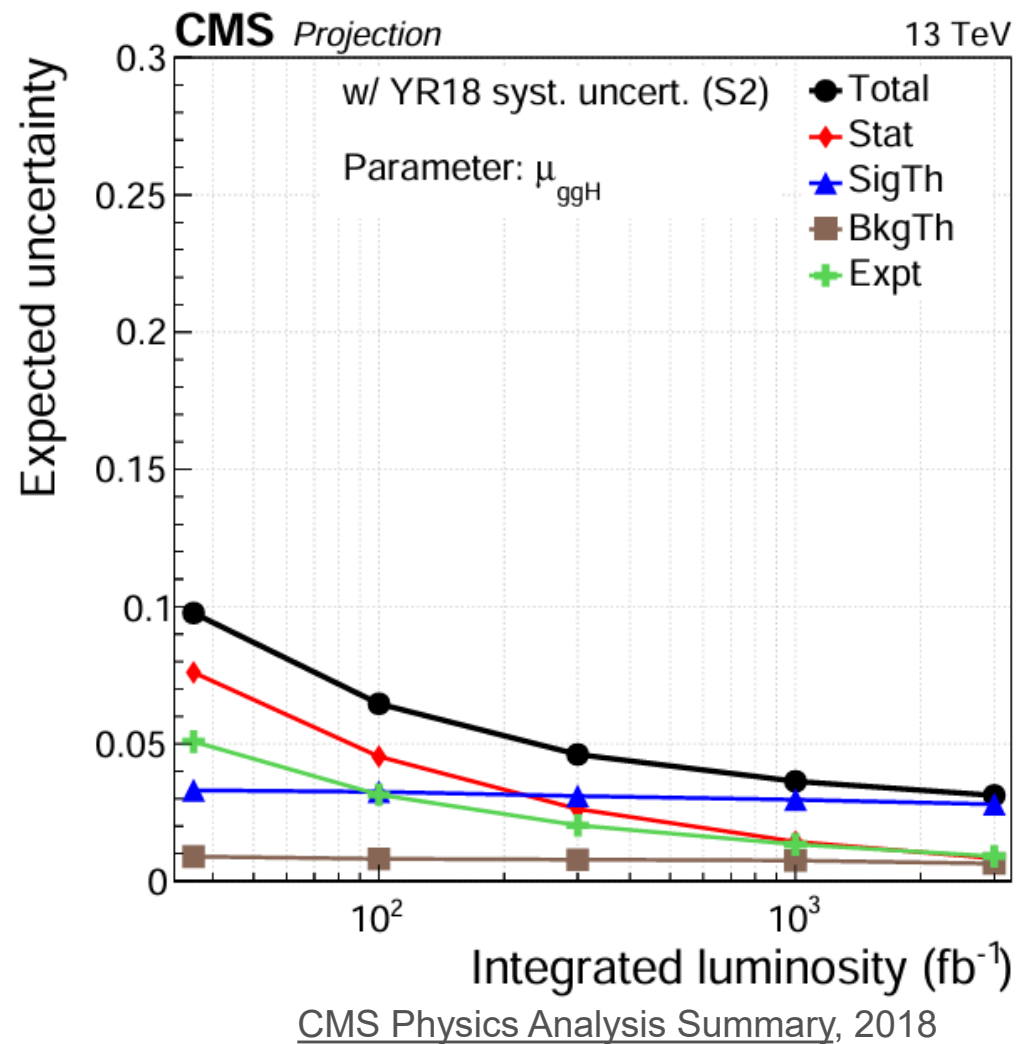
Blade 等公开程序将惠及更广泛的研究群体。

N4LO Higgs 产生

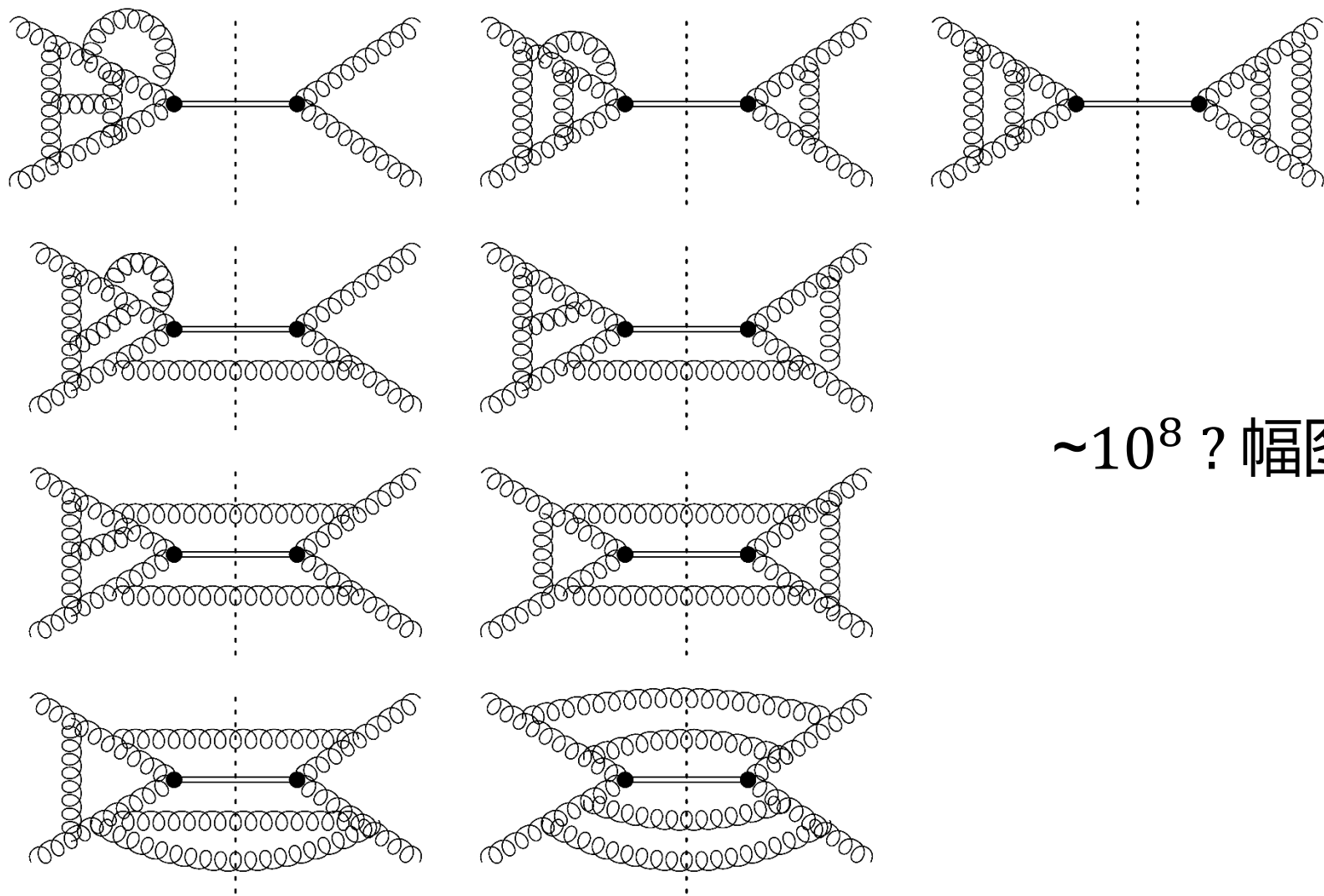
- Higgs 与胶子的有效耦合



- HL-LHC 的百分比水平精度
- 要达到预期的理论不确定度, 已经极具挑战!



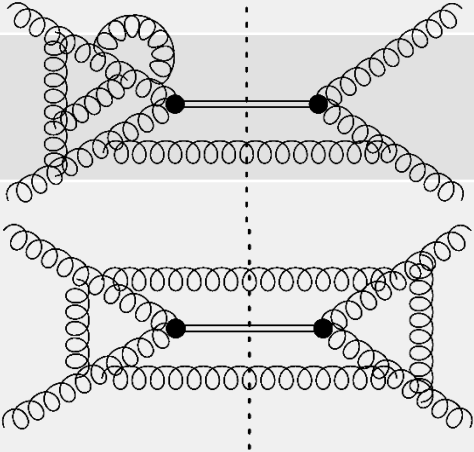
N4LO Higgs production



$\sim 10^8$? 幅图

N4LO Higgs 产生

先计算 building block （组成部分） ， 再进行组装。
Virtual: 圈修正
Real: 额外辐射粒子

# Real	Block	Status	Feynman diagram
0 real	VVVV	Known Lee, Manteuffel, Schabinger et al. 2202.04660	
1 real	RVVxV	Known Mistlberger, Suresh, 2504.10574	
	RVVV	即将发表 (基于 H+J 振幅) Mistlberger, Suresh, LoopFest2026 Talk	
2 real	RRVxV	即将发表 阈值极限下的结果 Banik, XG, Mistlberger, Ruf, Suresh	
	RRVV	In progress	
3 real	RRRV	In progress Banik, XG, Mistlberger, Ruf, Suresh	
4 real	RRRR	In progress	

积分计算

Feynman 积分仍是主要瓶颈

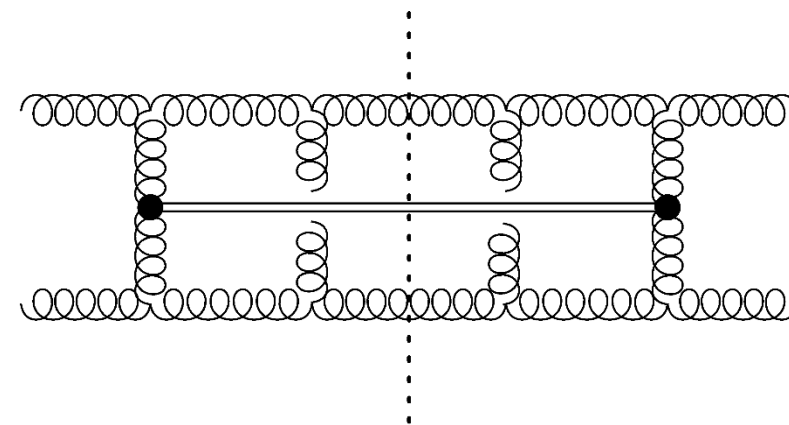
Feynman 积分在阈值/soft 极限下简化

最复杂的主积分

10 个分母+ 3 delta 函数 + 分子幂次 1

$$\int \frac{d^d p_4 d^d p_5 d^d p_6 d^d p_7 \delta[(p_2 + p_3) \cdot (p_2 + p_3 + 2p_4 + 2p_5)] \delta(p_4^2) \delta(p_5^2) (p_6 + p_7)^2}{[2p_3 \cdot (p_4 - p_6)] (p_4 - p_6)^2 p_6^2 [2p_2 \cdot (p_5 + p_6)] (p_5 + p_6)^2 [2p_2 \cdot (p_4 - p_7)] (p_4 - p_7)^2 p_7^2 [2p_3 \cdot (p_5 + p_7)] (p_5 + p_7)^2}$$

$$\sim -\frac{37}{15} \epsilon^{-7} + \frac{128}{9} \epsilon^{-6} + \left(\frac{1006}{45} + \frac{529 \pi^2}{30} \right) \epsilon^{-5} \\ + \frac{-22718 + 3754 \pi^2 - 14242 \text{Zeta}[3]}{45} \epsilon^{-4} + \dots + O(\epsilon^2)$$



$$d = 4 - 2\epsilon$$

Multiple zeta values

使用改进的辅助质量流方法
计算

结论

- 对撞机实验是探索基本粒子物理的卓越工具。
- 要充分发挥科学潜力，实验与理论的精确性都至关重要。
- 我的研究推动精确计算前沿，使过去难以处理的问题变得可行。
- 这些结果为检验标准模型和搜寻新物理提供了关键组成部分。

展望未来：

发展让下一代精确计算成为可能的方法和工具——使理论精度能够跟上高亮度LHC 与未来对撞机的实验精度。



$$p p \rightarrow H(\gamma\gamma) + j$$

谢谢！

补充：引力波的精确理论

引力波科学也面临同样的精度挑战。

对撞机 -> 引力波

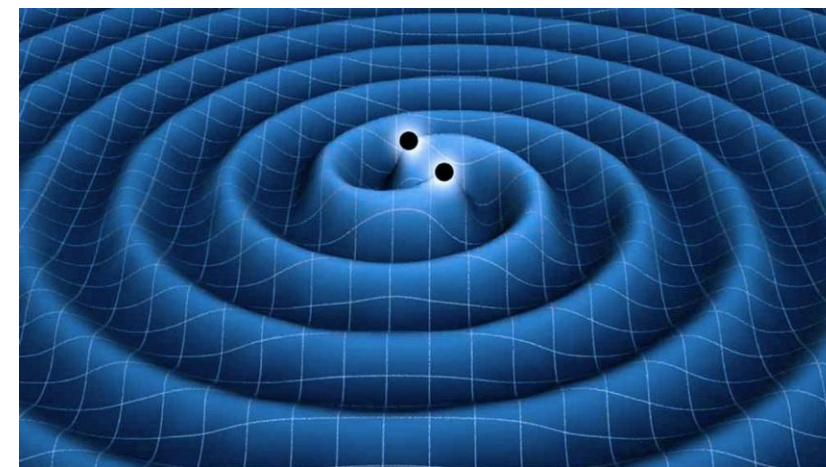
相同的技术：散射振幅与有效场论

将两体动力学与 数值广义相对论匹配

未来引力波探测器

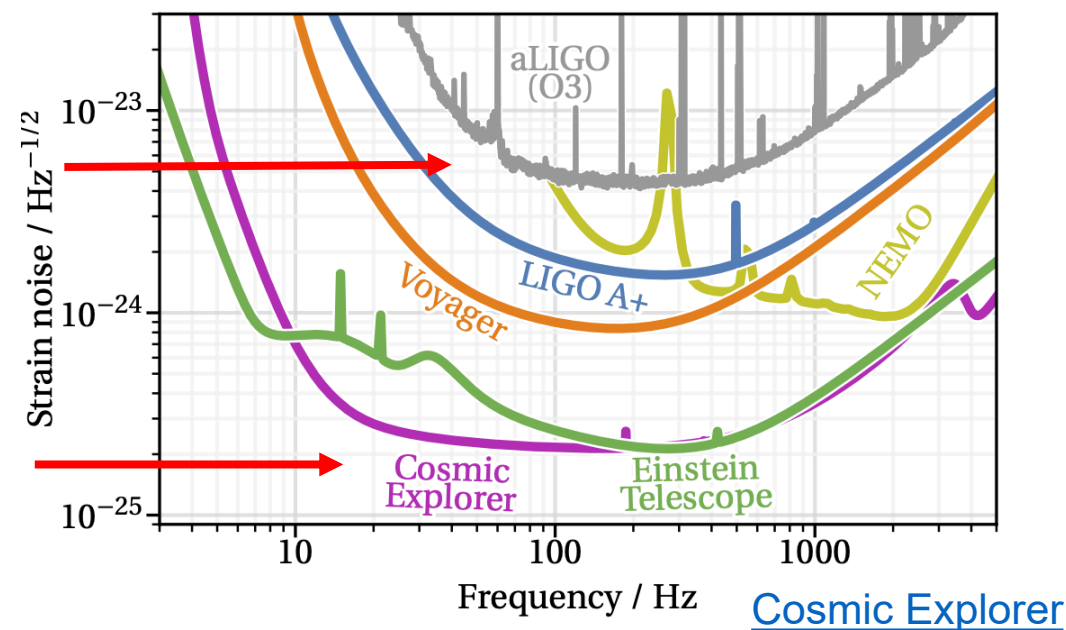
Cosmic Explorer 的目标是实现约为 LIGO A+ 十倍的宽频段灵敏度。

更灵敏的探测器需要更精确的理论预言



当前

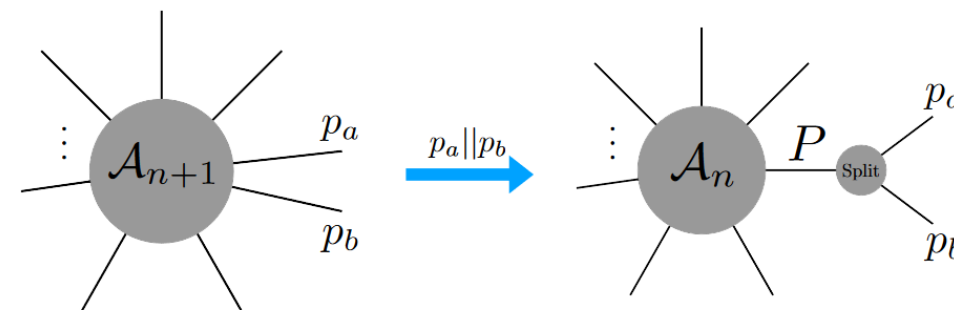
未来



验证：共线极限

1. 普适极限提供了强有力的检验

$$A_{Hggg} \rightarrow \text{Split} \times A_{Hgg}$$



XG Herzog, Ma, Mistlberger, Suresh,
2408.03019

振幅因子化。

1. 两个粒子沿同一方向运动（共线）。
2. 其他粒子无法分辨两个共线粒子的内部结构

劈裂振幅（splitting amplitudes）具有普适性。

验证：结构与数值检验

2. UV and IR 发散（极点）符合普适预言。 .

Almelid, Duhr, Gardi, [1507.00047](#)

Becher, Neubert , [1908.11379](#)

3. 3. 在一个相空间点上进行独立数值检验。

$$\left(t = \frac{1}{3}, u = \frac{1}{3}\right).$$

AMFlow: Liu, Ma. [2201.11669](#)

4. Leading transcendental 结构与已知解析结构一致($\mathcal{N}=4$ sYM)

Dixon et al., [2012.12286](#); [2204.11901](#)

Gehrmann et al., [2410.19088](#)

XG, Mistlberger, Ruf, [2511.13845](#)