非线性局域波激发与物理机制

杨战营　赵立臣　刘冲

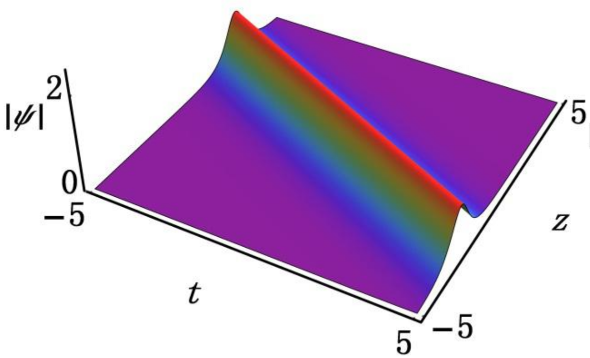
2020. 11. 27

School of Physics, Northwest University

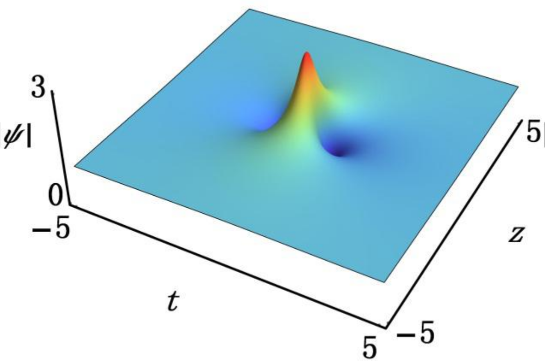
1. 非线性局域波简介

非线性局域波是指非线性物理系统中具有特定动力学性质的激发元。依照其性质不同，常见的局域波可分为：孤子、怪波、呼吸子三类。

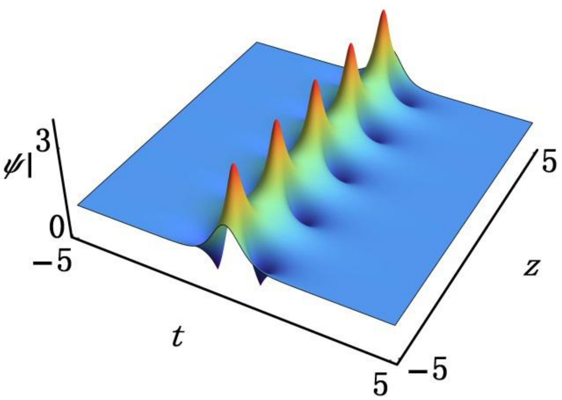
孤子



怪波



呼吸子



1. 非线性局域波简介

孤子的历史渊源

孤子这个名词首先是在物理的流体力学中提出来的。1834年，英国科学家罗素观察到这样一个现象：在一条窄河道中，迅速拉一条船前进，在船突然停下时，在船头形成的一个孤立的水波迅速离开船头，以每小时14～15km的速度前进，而波的形状不变，前进了2～3km才消失。他称这个波为孤立波。但限于当时的数学理论和科学水平，人们没有从理论上给予这种现象一个很好的解释。

1995年7月，人们为纪念罗素，在河道复现了罗素当年观测的孤子

1. 非线性局域波简介

孤子的历史渊源

1895年 Korteweg和de Vries研究浅水波的运动，在长波近似和小振幅的假定下，得到了单向运动的浅水波运动方程，即著名的KdV方程。

$$\frac{\partial\,\eta}{\partial\,t} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{g}{l}}\frac{\partial}{\partial\,x}\left(\frac{1}{2}\eta^2 + \frac{2}{3}\alpha\eta\right) + \frac{1}{3}\sigma\frac{\partial^2\,\eta}{\partial\,x^2}.$$

$\eta(x,t)$ 波峰高度

x 水面上沿波传播方向上的坐标　　t 时间

l 静水深度　　g 重力加速度

σ 与液体的特性（密度、表面张力等）有关的常数

α 与液体均匀运动有关的常数

通过对此模型的研究，他们得到了与Russell所发现的孤立波现象一致的、具有形状不变的孤立波解

$$u(x,t) = \frac{c}{2}\mathrm{sech}^2\left[\frac{\sqrt{c}}{2}(x - ct + x_0)\right].$$

1. 非线性局域波简介

孤子的历史渊源

1965年美国科学家Zabusky等人用数值模拟法详细地考察了等离子体中孤立波相互间的非线性碰撞过程。计算表明，两个孤立波碰撞后仍以它们碰撞前的同一速度和形状离开。他们根据孤立波具有类似于粒子碰撞后形状不变的性质，将其称为孤立子，简称孤子。

VOLUME 15, NUMBER 6 PHYSICAL REVIEW LETTERS 9 AUGUST 1965

INTERACTION OF "SOLITONS" IN A COLLISIONLESS PLASMA AND THE RECURRENCE OF INITIAL STATES

N. J. Zabusky
Bell Telephone Laboratories, Whippany, New Jersey
and
M. D. Kruskal
Princeton University Plasma Physics Laboratory, Princeton, New Jersey

(Received 3 May 1965)

1. 非线性局域波简介

孤子的历史渊源

Featured in Physics | PRL Milestone | Free to Read

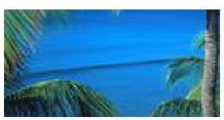
Interaction of "Solitons" in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial States

N. J. Zabusky and M. D. Kruskal
Phys. Rev. Lett. **15**, 240 – Published 9 August 1965

Physics See Focus story: *Landmarks*—Computer Simulations Led to Discovery of Solitons

An article within the collection: Letters from the Past - A PRL Retrospective

Physics FOCUS



Landmarks—Computer Simulations Led to Discovery of Solitons

Published 8 February 2013

The 1965 discovery of the isolated waves known as solitons—which appear in many physical systems—was a direct result of the new computer technology available for numerical simulations.

APS作评述：该计算模拟工作导致了孤子的发现。

50 years PRL moving physics forward

Letters from the Past - A PRL Retrospective

2008 marked PRL's 50th anniversary. As part of the celebrations a collection of milestone Letters was started. The collection contains Letters that have made long-lived contributions to physics, either b announcing significant discoveries, or by initiating new areas of research.

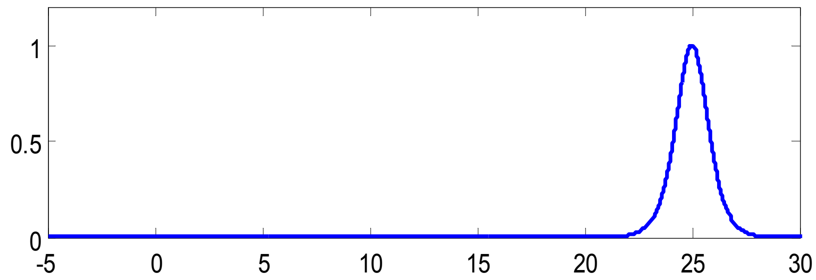
该工作也被选为PRL50周年的里程碑工作。

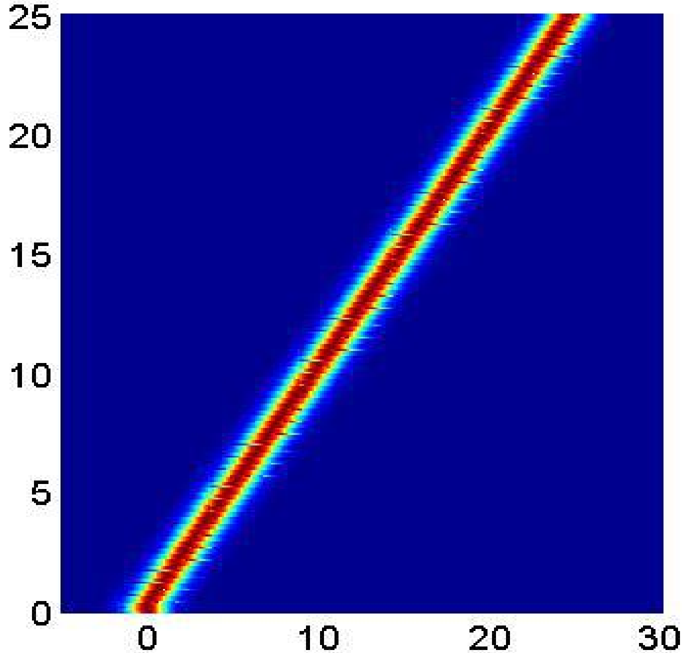
1. 非线性局域波简介

孤子的基本特征

孤子是线性色散（或衍射）与非线性效应平衡的结果。孤子三大特征：稳定性、粒子性、波动性。

稳定性：孤子的能量集中在空间有限区域。不会随时间的增加而扩散到无限区域中去，意味着孤子可以保持初始状态进行长时/长距离传输。



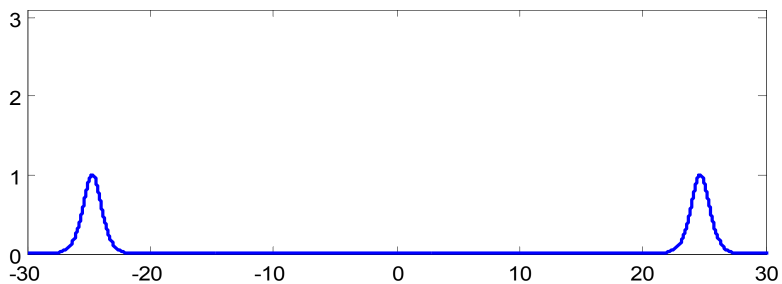


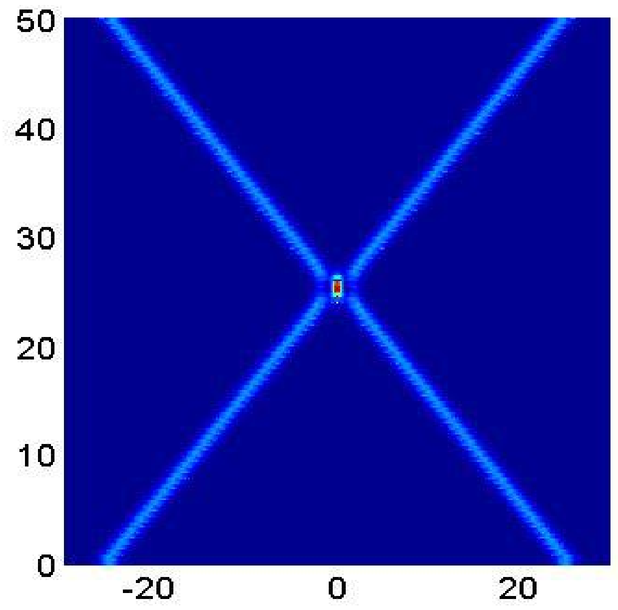
1. 非线性局域波简介

孤子的基本特征

孤子三大特征：稳定性、粒子性、波动性。

粒子性：当两个孤子相碰时，它们以经典粒子一样的规律运动，碰撞后，各自保持自己原有的形状和速度继续运动（最多只有一个相移），同时也表明孤子的稳定性。



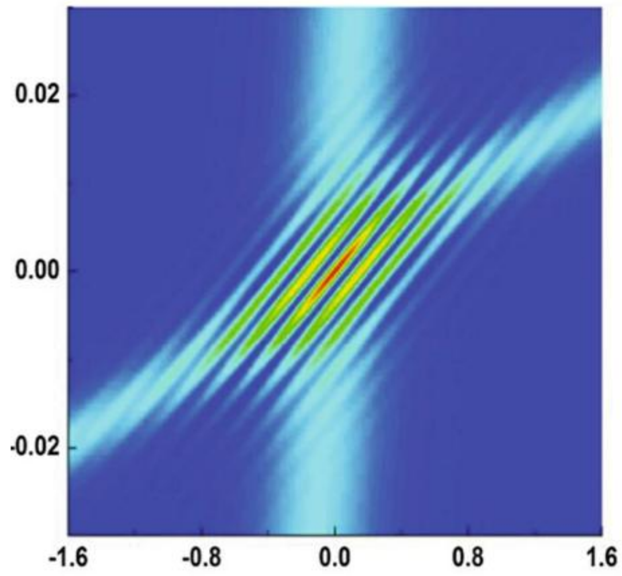


1. 非线性局域波简介

孤子的基本特征

孤子三大特征：稳定性、粒子性、波动性。

波动性：孤立子具有明显的波动性，即它是一个孤立的行波，同时，当孤子碰撞时在一定条件下会出现干涉图案



Li-Chen Zhao, Zhan-Ying Yang , et al., Nonlinear Dynamics 12, 21–28 (2015).

1. 非线性局域波简介

怪波的历史渊源

1. 非线性局域波简介

怪波的历史渊源

怪波（rogue wave），也称畸形波（freak wave）、巨波（monster wave）、杀人波（killer wave）、极端波（extreme wave），最初源于海洋中极端事件的报道，是一种具有高峰值且“来无影，去无踪”的奇异波，不具有演化稳定性。

Figure 1: The Great Wave of Kanagawa by the Japanese artist Katsushika Hokusai. The Great Wave is considered one the most famous of all Japanese prints.

1. 非线性局域波简介

怪波的历史渊源

怪波现象频繁造成海难，对人们航海安全构成极大威胁。下图是1969-1994年怪波事件造成的海难数据统计（超过20艘轮船损毁，造成525人死亡）。

Figure 1

Locations of 22 supercarriers assumed to be lost after collisions with rogue waves between 1969 and 1994. Figure copyright C. Kharif and E. Pelinovsky, used with permission.

1. 非线性局域波简介

怪波的历史渊源

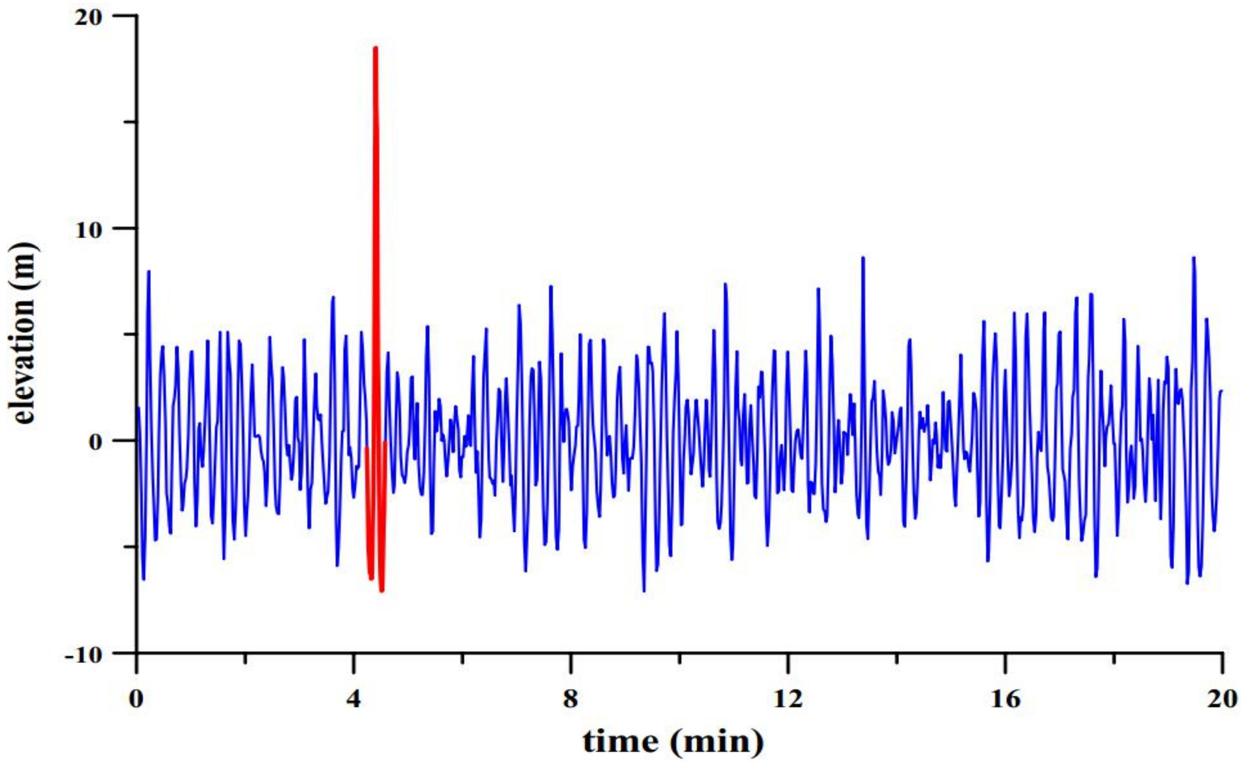
深海域遭遇怪波受损的轮船

遭遇怪波的轮船

1. 非线性局域波简介

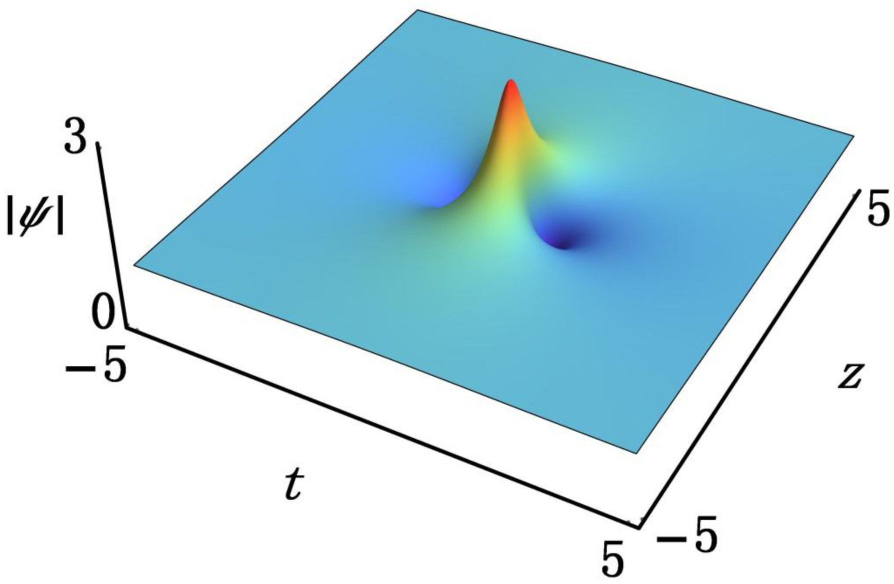
怪波的历史渊源

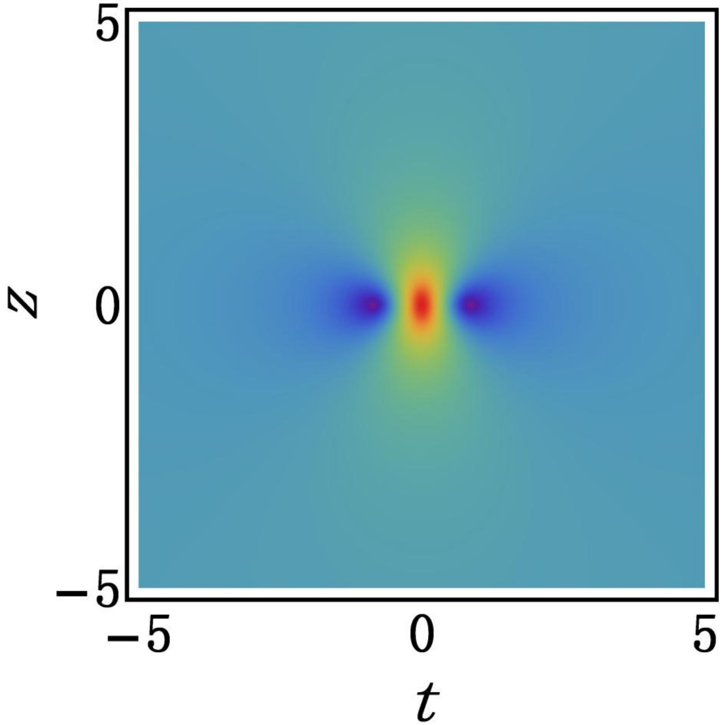
1995年，科学家们通过科学测量手段首次在北海的Draupner石油平台证明了探测到怪波信号，从而证实了怪波的存在性。该怪波即著名的新年波。



1. 非线性局域波简介

怪波的基本特征



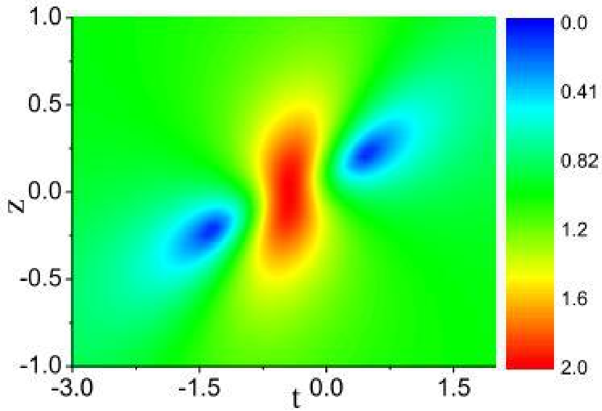


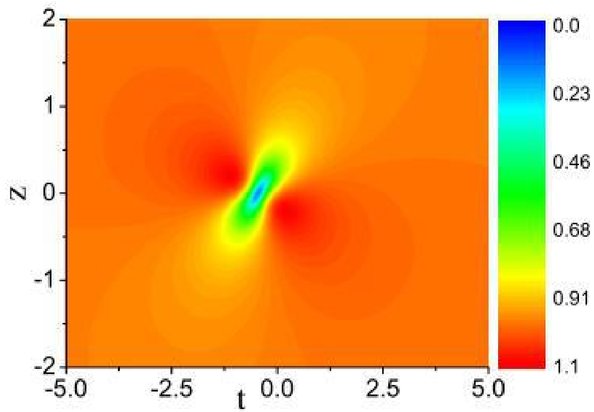
1）高峰值
2）来无影，去无踪

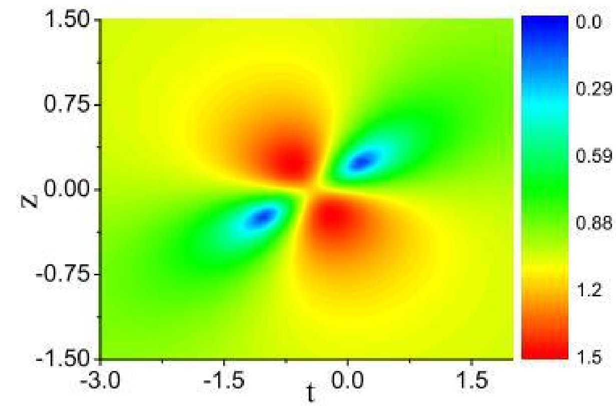
1. 非线性局域波简介

怪波的分类

基本怪波的结构：







眼状结构

反眼状结构

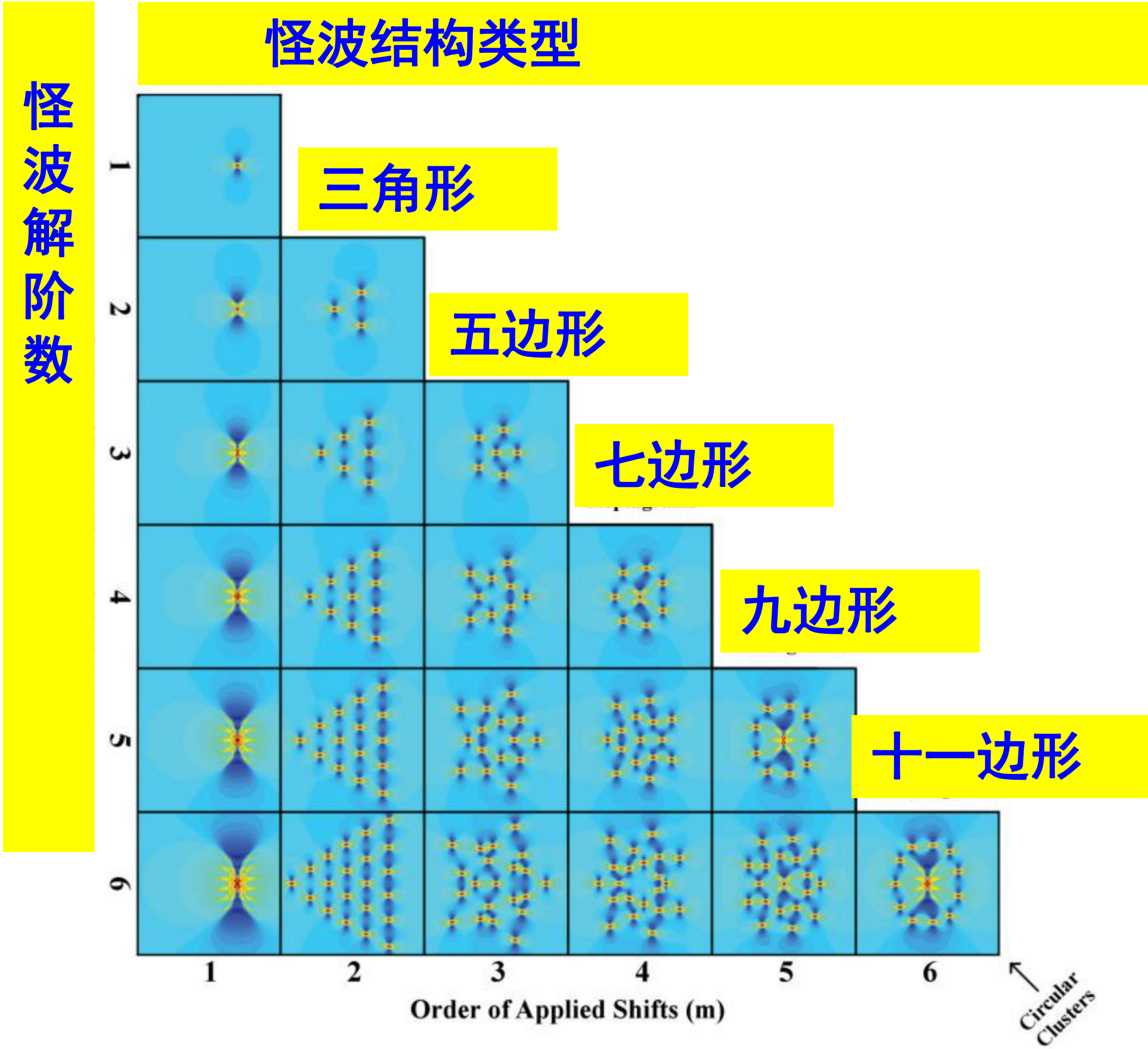
四花瓣结构

(a) 眼状怪波：“一峰两谷”
(b) 反眼状怪波：“一谷两峰”
(c) 四花瓣怪波：“两峰两谷”

1. 非线性局域波简介

怪波的分类

高阶怪波的结构：



1. 非线性局域波简介

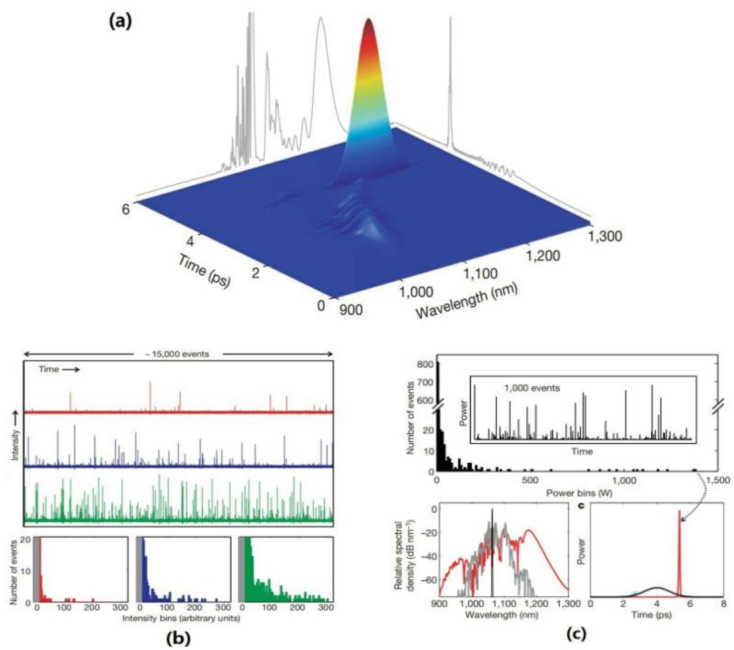
不同物理系统中的怪波：光纤系统

nature Vol 450|13 December 2007|doi:10.1038/nature06402

LETTERS

Optical rogue waves

D. R. Solli[1], C. Ropers[1,2], P. Koonath[1] & B. Jalali[1]



非线性光学中的怪波最早（2007年）由Solli小组在非线性光纤中实现。该现象满足怪波高峰值和不可预期性的基本特征(图a)。将此与海洋怪波类比，他们发现：1）该现象满足L型长尾分布（图b）且数值模拟与实验结果很好的吻合（图c）；2）该现象源于光脉冲传输的调制不稳定性。这两点与海洋怪波完全一致。

该论文开启了非线性光学中一个新的研究方向“非线性光怪波物理”。[见Nature Photonics, 2014, 8(10): 755]。

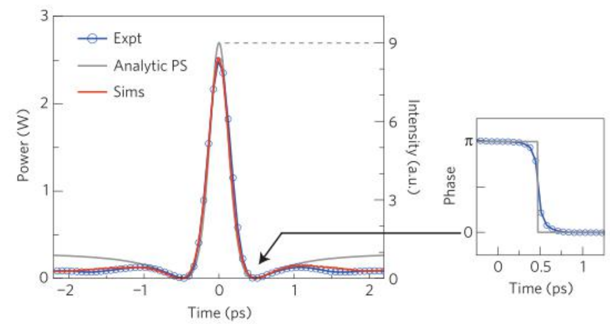
1. 非线性局域波简介

不同物理系统中的怪波：光纤系统

LETTERS
PUBLISHED ONLINE: 22 AUGUST 2010 | DOI: 10.1038/NPHYS1740
nature physics

The Peregrine soliton in nonlinear fibre optics

B. Kibler[1], J. Fatome[1], C. Finot[1], G. Millot[1], F. Dias[2,3], G. Genty[4], N. Akhmediev[5] and J. M. Dudley[6]*



2010年Kibler等人（Nature physics）成功在光纤中验证了Peregrine怪波。它除了具有高幅度特性之外，也具有明显的眼状结构。且实验结果与精确结果完美吻合（时域和频域）。

nature photonics
REVIEW ARTICLE
PUBLISHED ONLINE: 28 SEPTEMBER 2014 | DOI: 10.1038/NPHOTON.2014.220

Instabilities, breathers and rogue waves in optics

John M. Dudley[1], Frédéric Dias[2], Miro Erkintalo[3] and Goëry Genty[4]*

将非线性光学中的光怪波研究命名为“光怪波物理”，并称之为非线性光学的前沿热点课题之一。

1. 非线性局域波简介

不同物理系统中的怪波：水流体

PRL **106**, 204502 (2011)　　PHYSICAL REVIEW LETTERS

Rogue Wave Observation in a Water Wave Tank

A. Chabchoub,[1,*] N. P. Hoffmann,[1] and N. Akhmediev[2]

PHYSICAL REVIEW E **86**, 016311 (2012)

Experimental study of spatiotemporally localized surface gravity water waves

A. Chabchoub,[1,*] N. Akhmediev,[2] and N. P. Hoffmann[1]

PHYSICAL REVIEW X **2**, 011015 (2012)

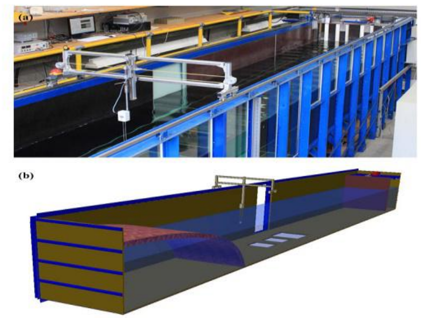
Super Rogue Waves: Observation of a Higher-Order Breather in Water Waves

A. Chabchoub,[1,*] N. Hoffmann,[1] M. Onorato,[2,3] and N. Akhmediev[4]

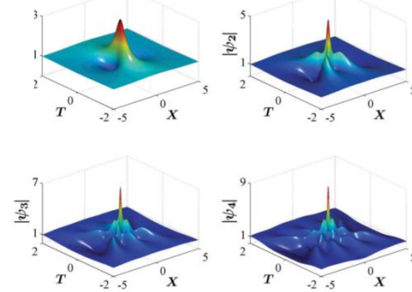
PHYSICAL REVIEW E **86**, 056601 (2012)

Observation of a hierarchy of up to fifth-order rogue waves in a water tank

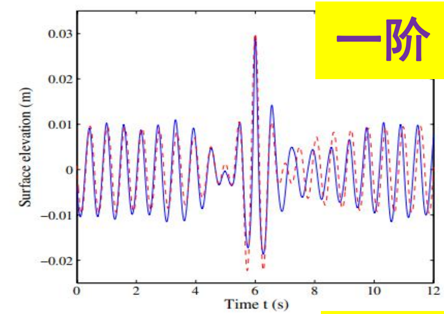
A. Chabchoub,[1,*] N. Hoffmann,[1] M. Onorato,[2,3] A. Slunyaev,[4] A. Sergeeva,[4] E. Pelinovsky,[4] and N. Akhmediev[5]



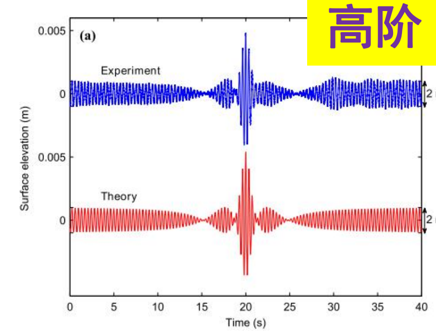
水箱实验



一阶



高阶



自2011年，A.Chabchoub等人在水箱中验证了Peregrine怪波解及其高阶形式。利用精确解获得局域波的初态激发，他们的实验结果与精确解完美吻合。

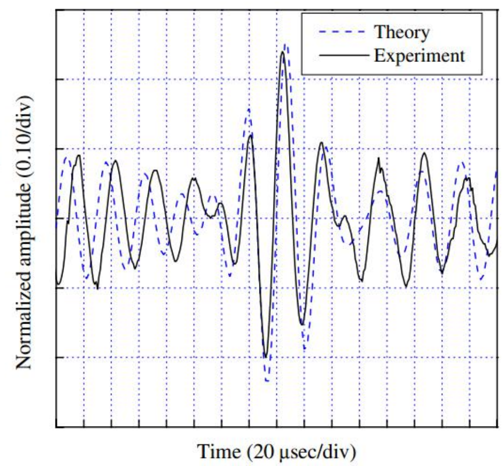
1. 非线性局域波简介

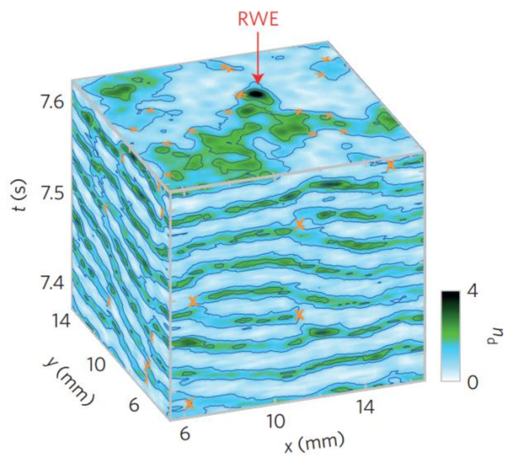
不同物理系统中的怪波：等离子体

PRL **107,** 255005 (2011) PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 16 DECEMBER 2011

Observation of Peregrine Solitons in a Multicomponent Plasma with Negative Ions

H. Bailung,[1] S. K. Sharma,[1] and Y. Nakamura[1,2]
[1]*Plasma Physics Laboratory, Physical Sciences Division, Institute of Advanced Study in Science and Technology, Paschim Boragaon, Guwahati-35, India*
[2]*On leave from Yokohama National University, Yokohama, Japan*
(Received 29 July 2011; published 16 December 2011)





nature physics
LETTERS
PUBLISHED ONLINE: 29 FEBRUARY 2016 | DOI: 10.1038/NPHYS3669

Generation of acoustic rogue waves in dusty plasmas through three-dimensional particle focusing by distorted waveforms

Ya-Yi Tsai, Jun-Yi Tsai and Lin I*

1. 非线性局域波简介

不同物理系统中的怪波：玻色-爱因斯坦凝聚体

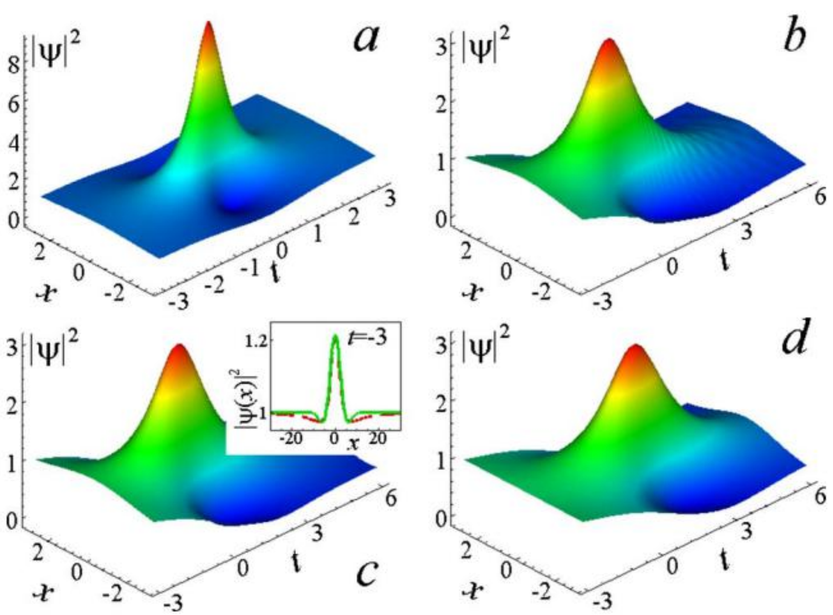
PHYSICAL REVIEW A **80**, 033610 (2009)

Matter rogue waves

Yu. V. Bludov,[1] V. V. Konotop,[2,3] and N. Akhmediev[4]

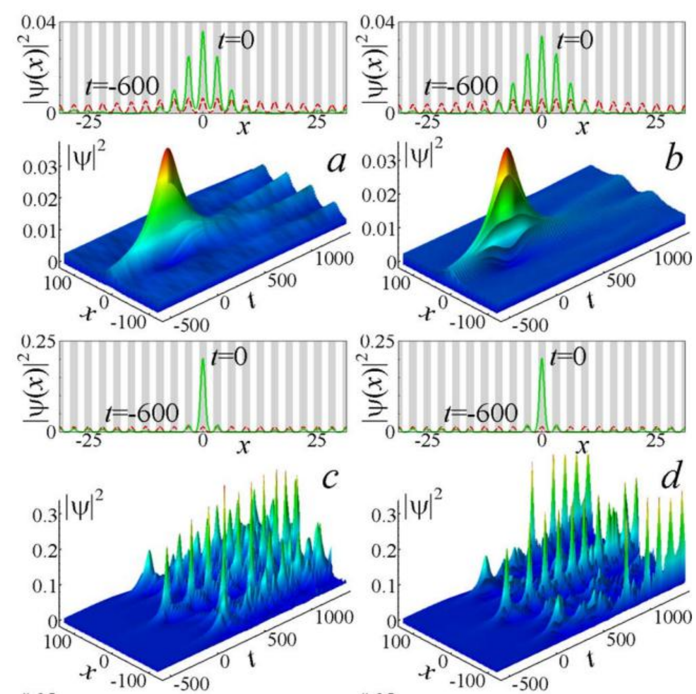
均匀BEC中物质怪波

$$i\psi_t = -\psi_{xx} + \sigma|\psi|^2\psi - ig|\psi|^4\psi,$$



光格子中物质怪波

$$i\psi_t = -\psi_{xx} - V\cos(2x)\psi + \sigma|\psi|^2\psi - ig|\psi|^4\psi,$$



1. 非线性局域波简介

不同物理系统中的怪波：铁磁系统

Annals of Physics 327 (2012) 2085–2095

ELSEVIER

Contents lists available at SciVerse ScienceDirect

Annals of Physics

journal homepage: www.elsevier.com/locate/aop

磁怪波精确解

$$Q_1 = A_c e^{i\varphi}\left[\frac{4\left(1 - itA_c^2\right)}{t^2A_c^2\eta + 2txA_c^2\zeta + \varepsilon} - 1\right],$$

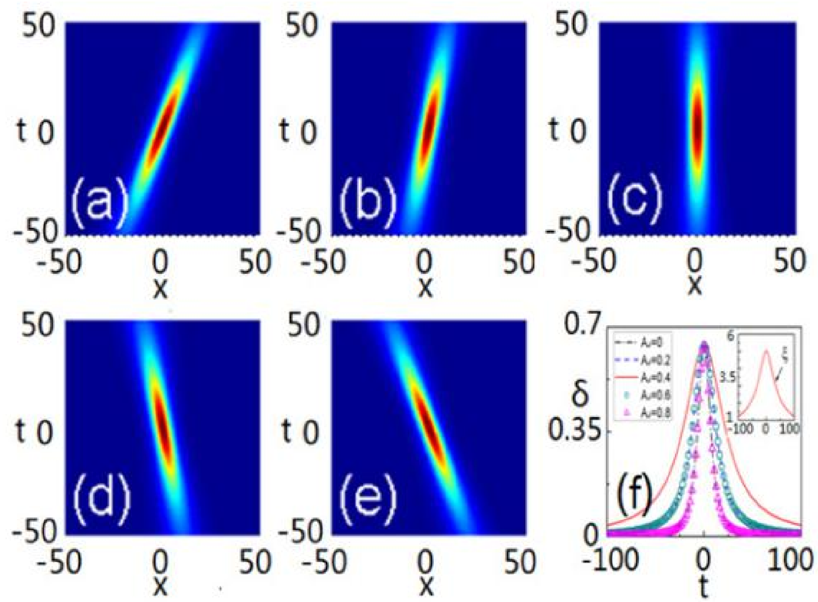
Magnetic rogue wave in a perpendicular anisotropic ferromagnetic nanowire with spin-transfer torque

Fei Zhao[a], Zai-Dong Li[a,*], Qiu-Yan Li[a], Lin Wen[b], Guangsheng Fu[a], W.M. Liu[b]

从Landau–Lifshitz方程出发，约化至NLSE

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \frac{\alpha}{M_s}\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \tau_s,$$

$$i\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \frac{1}{2}q\left|q\right|^2 + iA_J\frac{\partial q}{\partial x} - \omega_0 q,$$



1. 非线性局域波简介

不同物理系统中的怪波：金融系统

Commun. Theor. Phys. (Beijing, China) **54** (2010) pp. 947–949
© Chinese Physical Society and IOP Publishing Ltd Vol. 54, No. 5, November 15, 2010

Financial Rogue Waves*

YAN Zhen-Ya (闫振亚)†
Key Laboratory of Mathematics Mechanization, Institute of Systems Science, AMSS, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

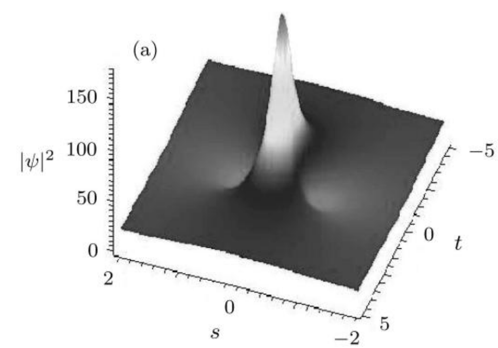
(Received June 4, 2010)

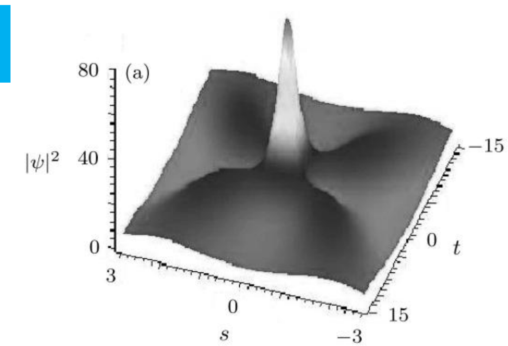
Ivancevic 期权定价模型（本质上为非线性薛定谔模型）

$$i\frac{\partial\psi(S,t)}{\partial t} = -\frac{1}{2}\sigma\frac{\partial^2\psi(S,t)}{\partial S^2} - \beta\,|\psi(S,t)|^2\,\psi(S,t)\,,$$

$\psi = \psi(S,t)$ **期权价格波函数**

σ **股价波动系数；** β **市场潜在需求量；** S **资产价格；**





金融怪波精确解

$$\psi_1(S,t) = \alpha\sqrt{\frac{\sigma}{2\beta}}\left[1 - \frac{4(1+i\sigma\alpha^2 t)}{1+2\alpha^2(S-\sigma k t)^2+\sigma^2\alpha^4 t^2}\right]$$

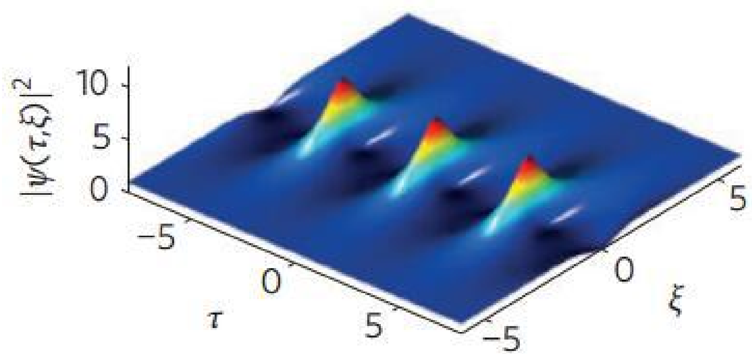
1. 非线性局域波简介

呼吸子的分类

平面波上呼吸子一般是指局域在平面波背景上的局域呼吸波结构，其产生机制为主要基于非线性系统调制不稳定性。呼吸子主要分为：

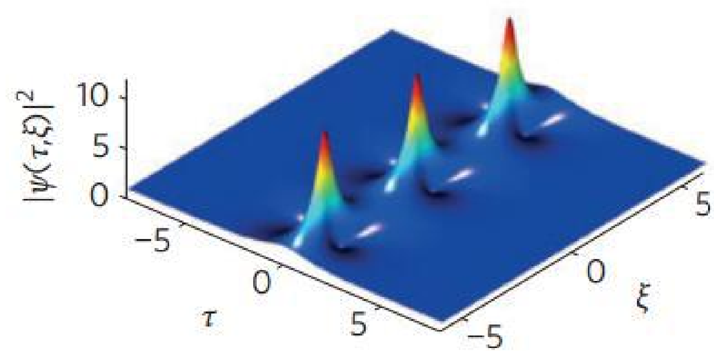
1）Kuznetsov-Ma 呼吸子；

2）Akhmediev 呼吸子；



Akhmediev 呼吸子

N. Akhmediev and V. I. Korneev, Theor. Math. Phys. 69, 1089-1093 (1986).



Kuznetsov-Ma 呼吸子

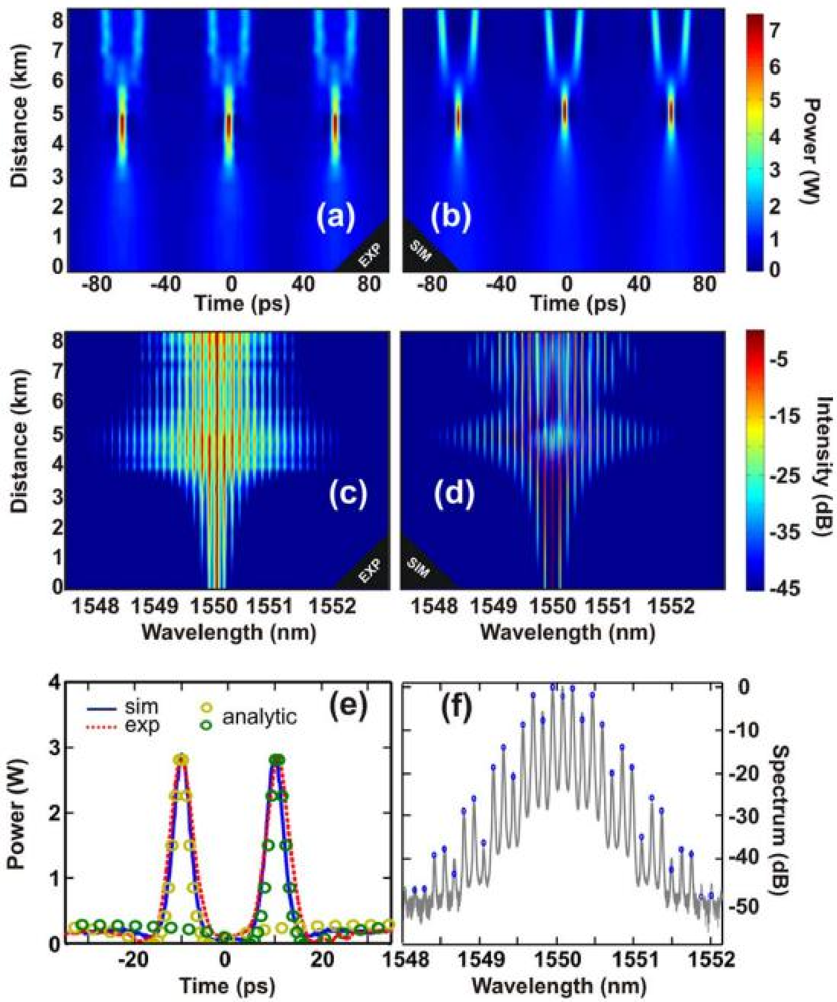
E. Kuznetsov, Sov. Phys. Dokl. 22, 507 (1977);Y. C. Ma, Stud. Appl. Math. 60, 43-58 (1979).

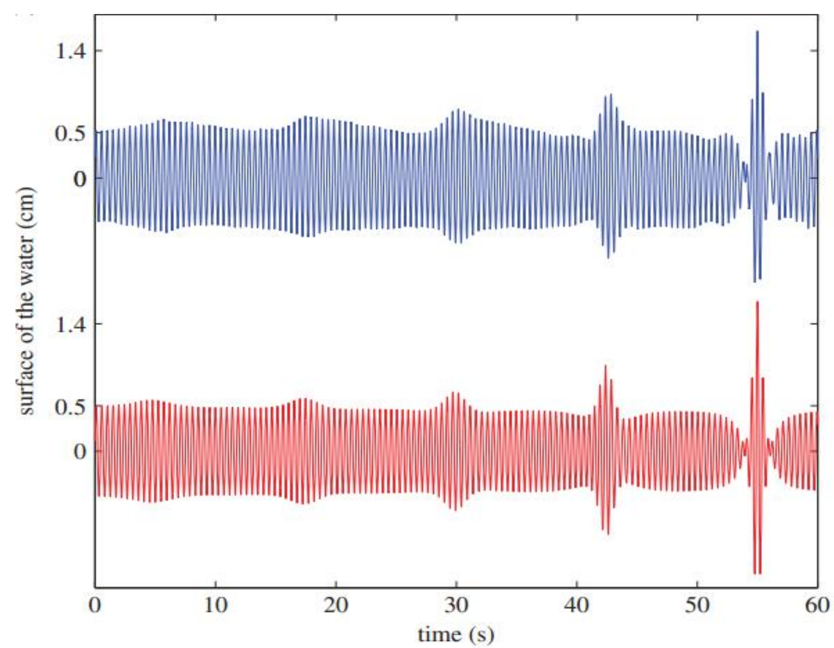
1. 非线性局域波简介

呼吸子的分类

Akhmediev 呼吸子的实验实现

2009年Dudley等人在光线中验证了Akhmediev呼吸子(Opt. Express 17, 21497 (2009))；2014年Chabchoub等人在水箱中验证了Akhmediev呼吸(Phil.Trans.R.Soc.A 372:2014 0005.)





1. 非线性局域波简介

呼吸子的分类

Kuznetsov-Ma 呼吸子的实验实现

SCIENTIFIC REPORTS

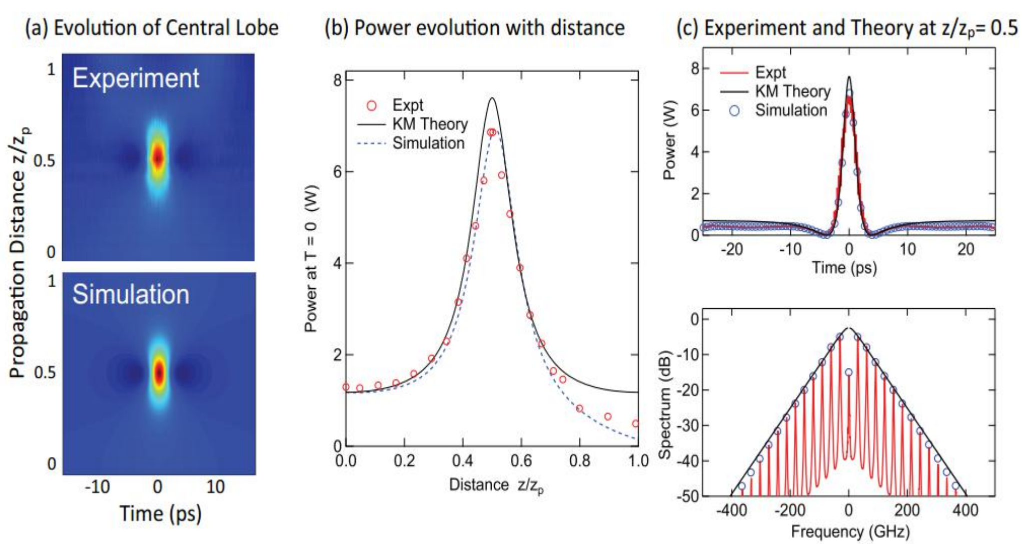
OPEN

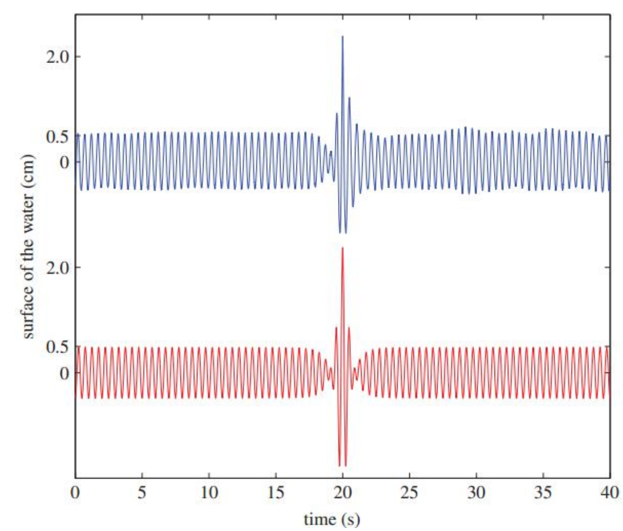
SUBJECT AREAS:
PHYSICS

Observation of Kuznetsov-Ma soliton dynamics in optical fibre

B. Kibler[1], J. Fatome[1], C. Finot[1], G. Millot[1], G. Genty[2], B. Wetzel[3], N. Akhmediev[4], F. Dias[5] & J. M. Dudley[3]

2012年Kibler等人在光线中验证了K-M呼吸子(Sci.Rep. 2,463 (2012))；2014年Chabchoub等人在水箱中验证了K-M呼吸子(Phil.Trans.R.Soc.A 372:20140005.)





对非线性系统中局域波动力学的研究，紧紧抓住以下三个主线：

可积性、精确解、物理机制

1、寻找新奇局域波结构

2、不同类型非线性波产生机制与激发条件

3、非线性波相互作用特性

4、非线性波操控和应用

发展和完善求解非线性可积系统理论框架，并建立一套有效分析和解释不同局域波激发机制方法，**为实验上可控激发和应用提供理论依据**。

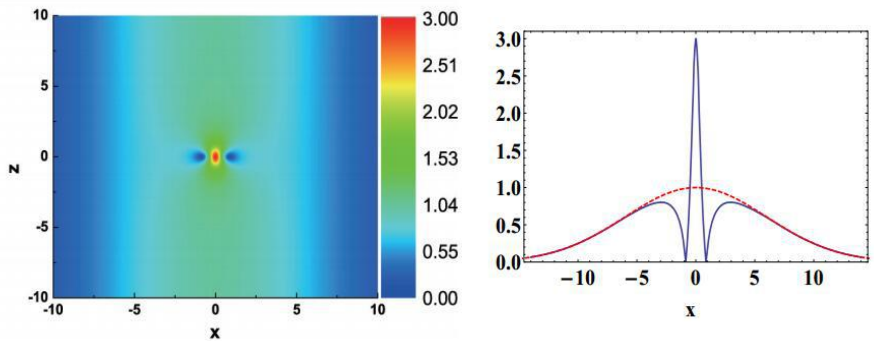
2. 新型局域波结构

高斯背景上的怪波激发

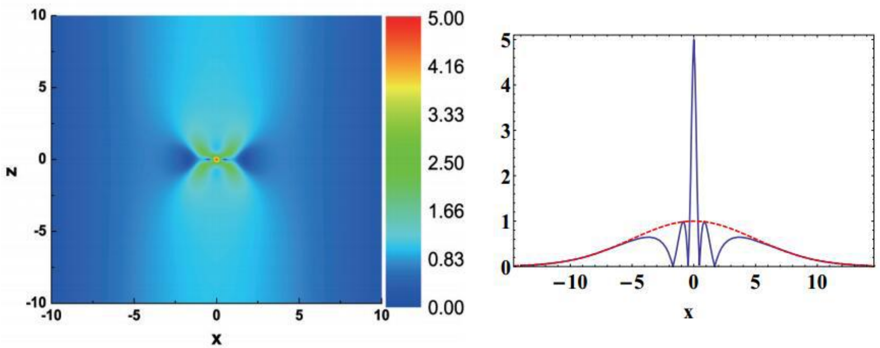
怪波在平面波上激发已经广为人知，但现实中无限宽的平面波是不存在的。我们理论上首次预言了怪波可以在**高斯背景**上激发。

传输方程：

$$
\begin{aligned}
&i\frac{\partial u}{\partial \zeta}+\frac{1}{2k_0}f(\zeta,\chi)\frac{\partial^2 u}{\partial \chi^2}+\frac{k_0}{n_0}n_1(\zeta,\chi)u \\
&\quad+\frac{k_0}{n_0}g(\zeta,\chi)|u|^2u+i\frac{k_0}{n_0}\gamma(\zeta,\chi)u=0, \qquad (1)
\end{aligned}
$$



高斯背景上的一阶怪波



高斯背景上的二阶怪波

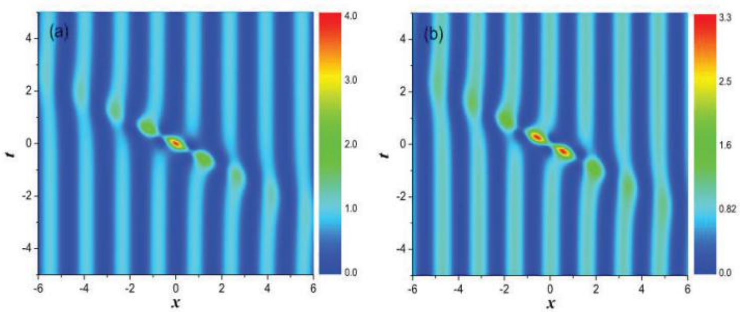
C. Liu, Z.-Y. Yang, L.-C. Zhao, G.-G. Xin, W.-L. Yang, Optics Letters 39, 1057-1060 (2014).

2. 新型局域波结构

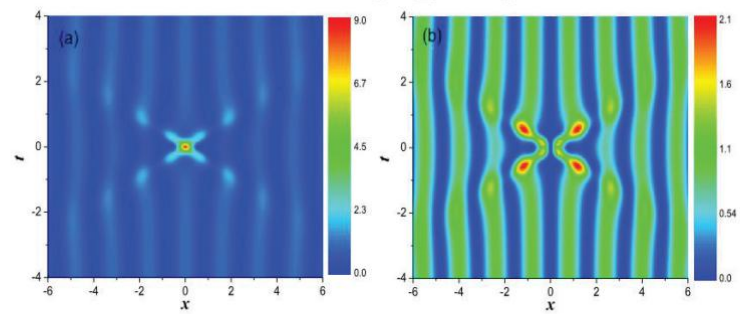
周期背景上的怪波激发

$$i q_{1,t} + \frac{1}{2} q_{1,xx} + (|q_1|^2 + 2|q_2|^2) q_1 + q_2^2 \bar{q}_1 = 0,$$

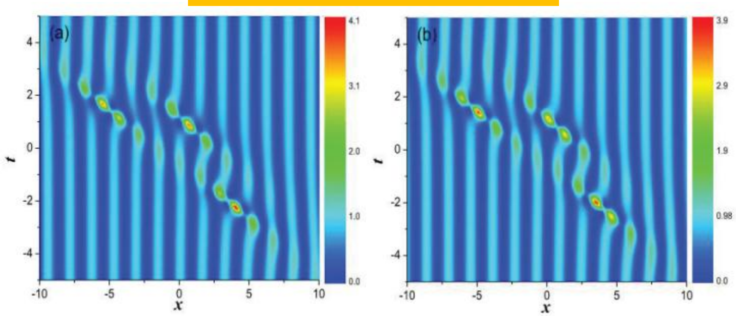
$$i q_{2,t} + \frac{1}{2} q_{2,xx} + (2|q_1|^2 + |q_2|^2) q_2 + q_1^2 \bar{q}_2 = 0,$$



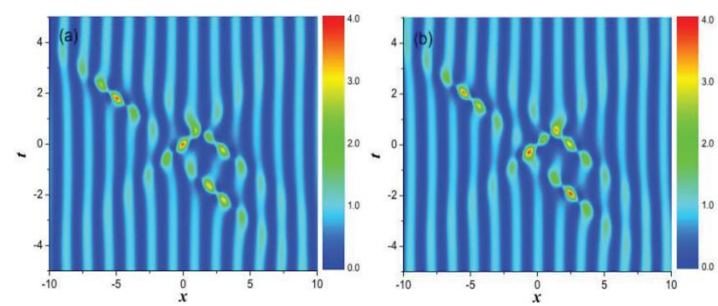
一阶怪波激发



二阶怪波激发



三怪波激发



四怪波激发

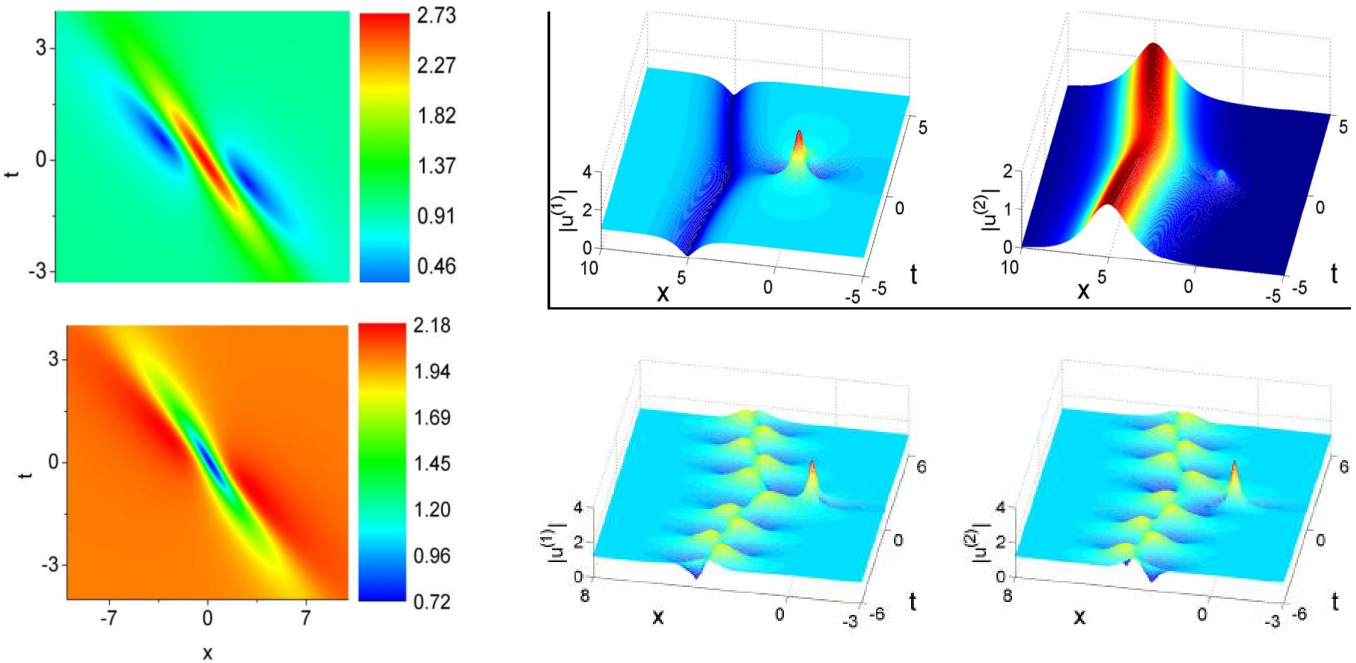
L.-C. Zhao, L. Ling, J. –W. Qi, Z. Y. Yang, and W.-L. Yang, Commun. Nonlinear SCI, 49, 39-47(2017)

2. 新型局域波结构

相对频率诱导的怪波结构的转换

暗怪波

怪波的眼状结构已经广泛研究和报道。2010年Bludov小组数值实验预测了暗怪波的存在，我们2012年给出了暗怪波解析解，并解析研究了怪波和其它局域波的相互作用。



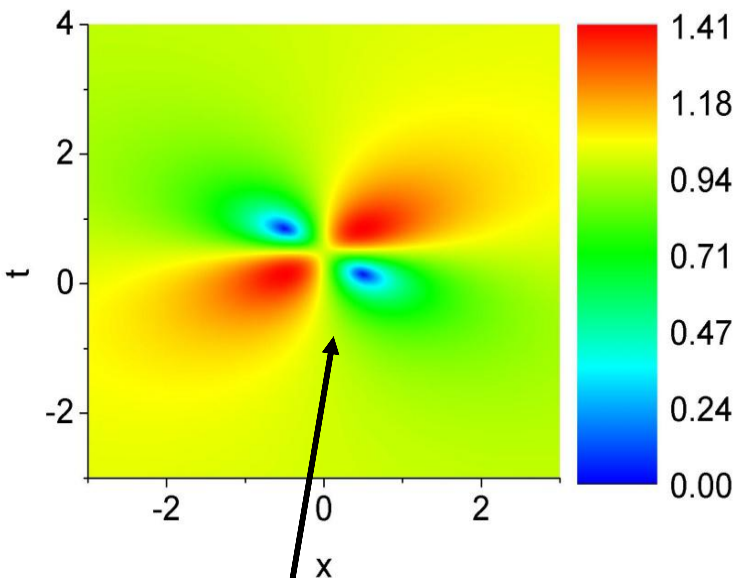
L. C. Zhao, J. Liu, Joun. Opt. Soc. Am. B 29, 3119-3127 (2012).
Y. V. Bludov, V. V. Kanotop, Eur. Phys. J. Special Topics 185, 169-180 (2010).

2. 新型局域波结构

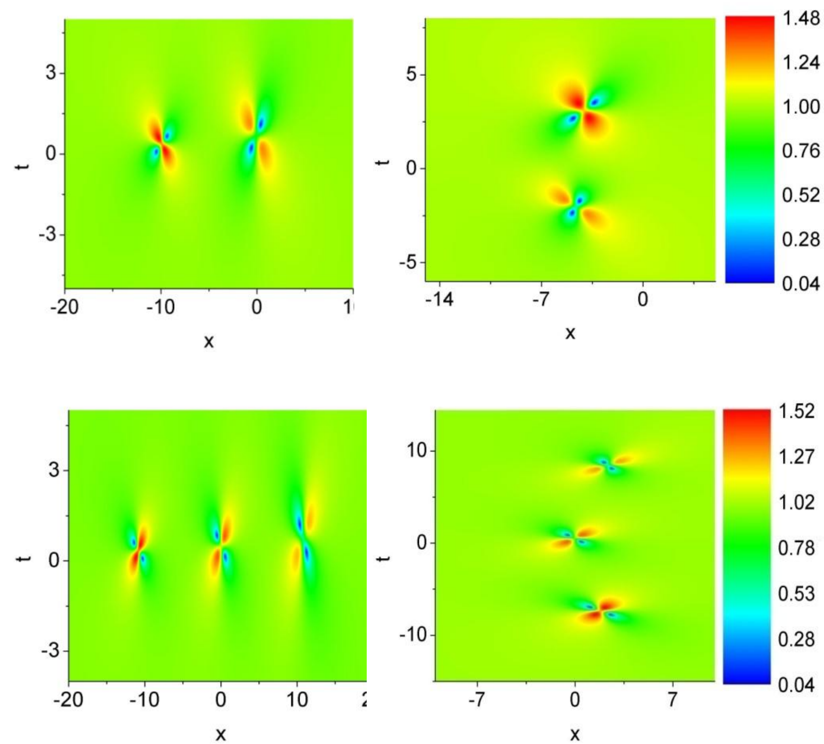
相对频率诱导的怪波结构的转换

四花瓣怪波

我们在耦合系统中理论预言了一种新奇的怪波，并将其命名为“四花瓣”怪波。



The four-petaled flower structure



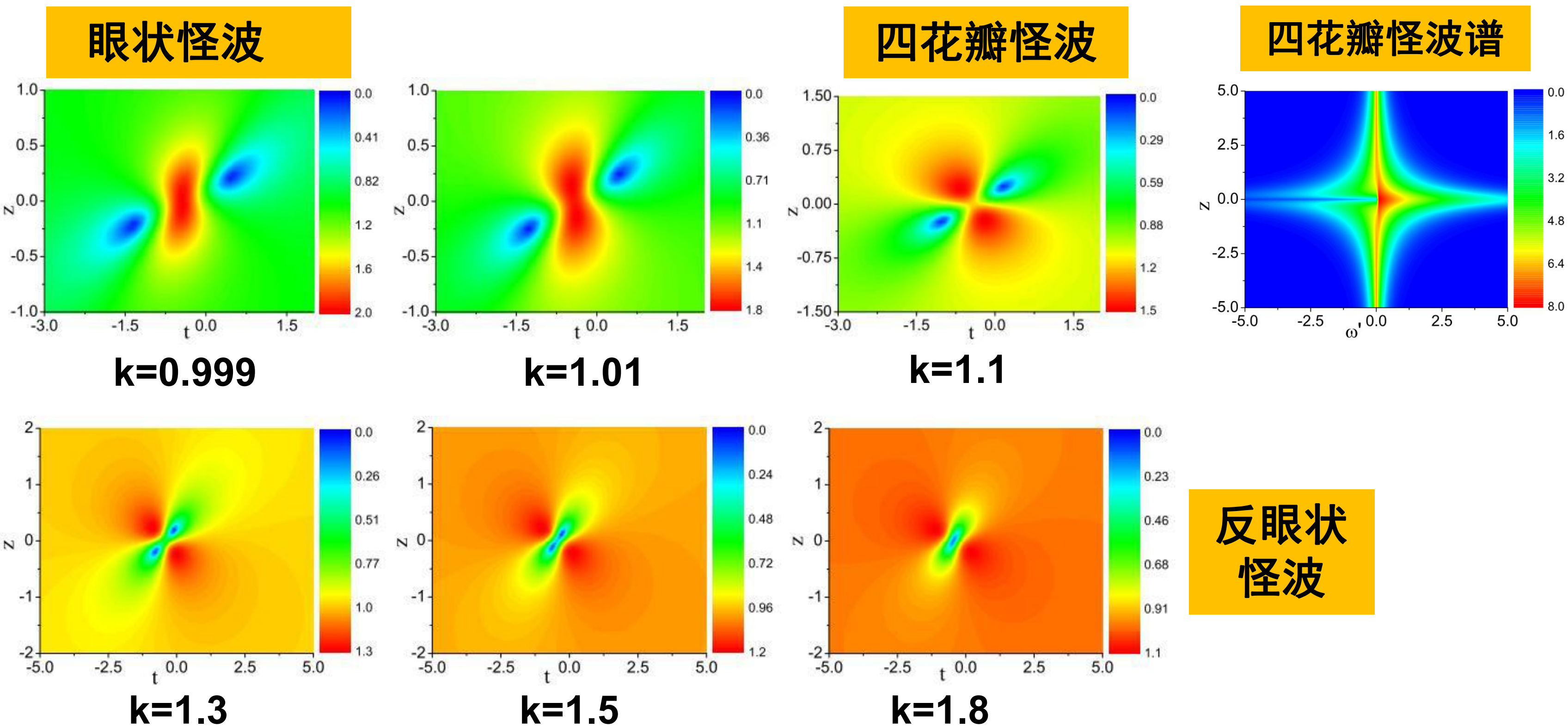
L.C. Zhao, J. Liu, Phys. Rev. E 87, 013201 (2013).

2. 新型局域波结构

相对频率诱导的怪波结构的转换

怪波之间的转换

我们给出了怪波，暗怪波，四花瓣怪波之间的转换关系，并揭示了转换的机制。特别地，我们发现四花瓣怪波具有强非对称谱特征。



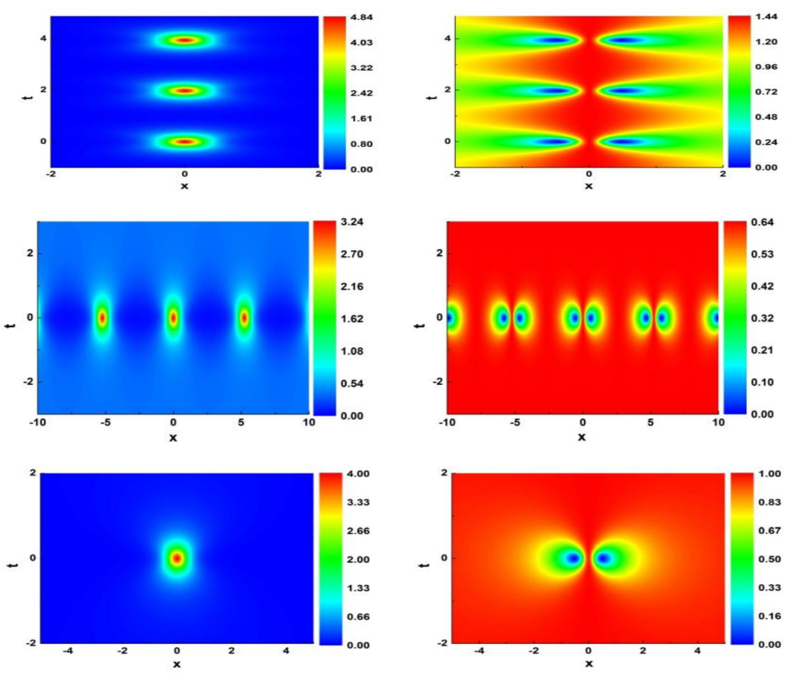
L.-C. Zhao, G.-G. Xin, Z.-Y. Yang, Phys. Rev. E 90, 022918 (2014).

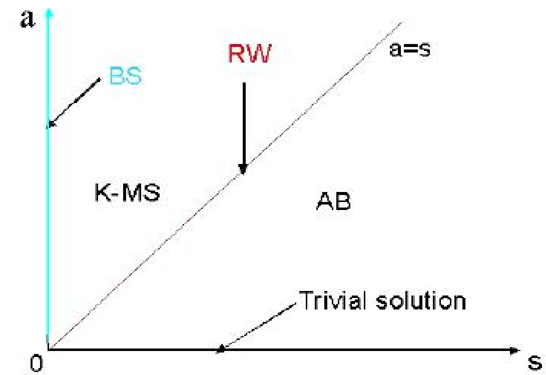
2. 新型局域波结构

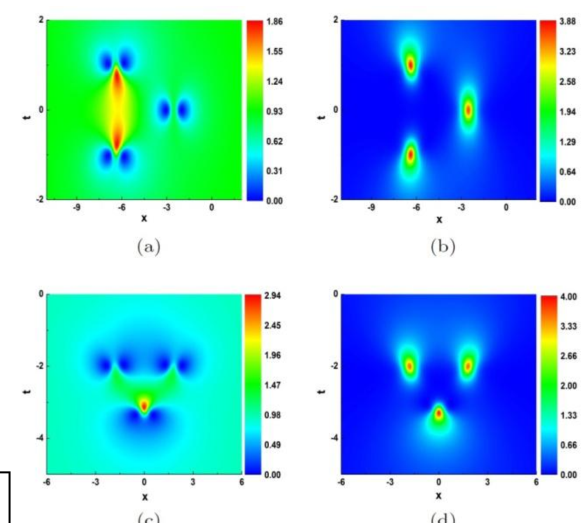
对隧穿效应引起的不同非线性波的激发

我们研究组分之间可以存在粒子或能量交换的多组分系统中的局域波动力学，给出了新奇的局域波结构，并得到了它们的相图分布。

$$i\Phi_{1t} + \Phi_{1xx} + 2|\Phi_1|^2\Phi_1 + 4|\Phi_2|^2\Phi_1 + 2\Phi_2^2\Phi_1^* = 0,$$
$$i\Phi_{2t} + \Phi_{2xx} + 2|\Phi_2|^2\Phi_2 + 4|\Phi_1|^2\Phi_2 + 2\Phi_1^2\Phi_2^* = 0.$$







Li-Chen Zhao, Z.Y. Yang, et al., CNSNS 23, 21-27 (2015).

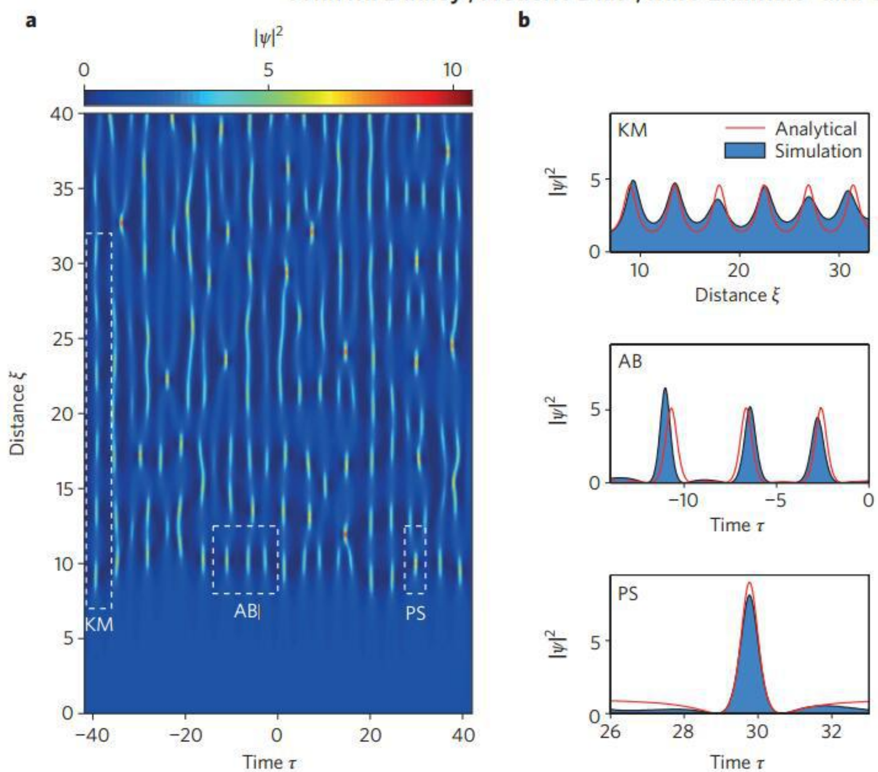
3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

怪波及其结构的产生机制——调制不稳定性

nature photonics
REVIEW ARTICLE
PUBLISHED ONLINE: 28 SEPTEMBER 2014 | DOI: 10.1038/NPHOTON.2014.220

Instabilities, breathers and rogue waves in optics

John M. Dudley[1], Frédéric Dias[2], Miro Erkintalo[3] and Goëry Genty[4]*



调制不稳定性反应的是在连续波背景上的扰动信号增长的基本过程。（Akhmediev 呼吸子, 怪波, 和 Kuznetsov-Ma 呼吸子）。

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

怪波及其结构的产生机制——调制不稳定性

J. M. Dudley

欧洲物理学会主席

国际光学年

指导委员会主席

调制不稳定性 (MI) 只能定性解释形成机制

怪波机制定量解释—长期以来悬而未决

思路

- 理论修正共振线上的MI分析
- 找到局域波的特征物理量
- 提出建立定量对应关系的方法

成果

- 定量解释怪波机制——MI的共振扰动
- 建立局域波观测相图

LC Zhao, L Ling, J. Opt. Soc. Am. B (2016)

提出由线性稳定分析结果来判断怪波结构的方法

Phys. Rev. E 96, 022211 (2017)

提出产生高阶怪波激发的新方法

Opt. Lett. 45, 2399 (2020)

建立多种非线性系统中基本局域波的观测相图

Phys. Rev. E 93, 032215 (2016)

Phys. Rev. E 94, 042221 (2016)

Phys. Rev. E 95, 042212 (2017)

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

怪波及其结构的产生机制——调制不稳定性

线性稳定性分析

$$iq_z + \frac{1}{2}q_{tt} + |q|^2 q = 0$$

平面波解 $$q_0 = ae^{i\theta} = ae^{i(kz+\omega t)}$$

这里 $k = A^2 - \frac{1}{2}\omega^2.$

在平面波背景上引入弱扰动

$$q = (a+p)e^{i\theta}$$

这里 $p(t,z)$ 是一个弱扰动.

线性化

$$ip_z + i\omega p_z + \frac{1}{2}p_{tt} + A^2(p + p*) = 0,$$

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

怪波及其结构的产生机制——调制不稳定性

p 可以被表示为

$$p = f_+ e^{i\Omega(Kz+t)} + f_- e^{-i\Omega(Kz+t)}$$

这里 f_+, f_- 远小于 a.

色散关系

$$K = -\omega + \frac{1}{2}\sqrt{\Omega^2 - 4A^2}$$

如果 $\mathrm{Im}(K) = 0$, K 是实的, 此时平面波背景在弱扰动下是稳定的.

如果 $\mathrm{Im}(K) \neq 0$, 扰动 p 将随着 z 指数式增长.

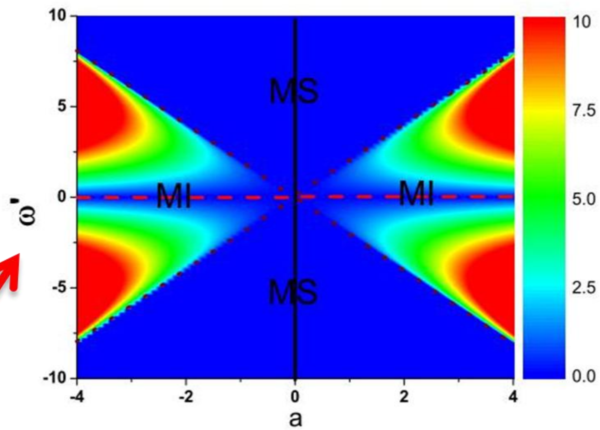
调制不稳定增益 G

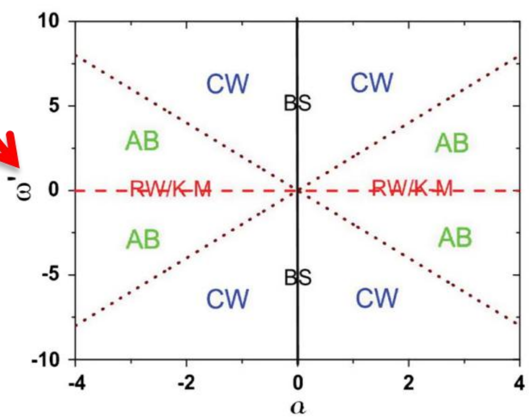
$$G = \mathrm{Im}(K).$$

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

怪波及其结构的产生机制——调制不稳定性

共振线





怪波产生于共振扰动的调制不稳定性。

Rogue wave → 有理解

共振扰动模式的增长率是有理形式的，其它的调制不稳定区是指数增长的。

ω' 是相对扰动频率(扰动信号频率与背景频率的差值)　a 背景振幅

L. C. Zhao, et. al, J. Opt. Soc. Am. B 33, 050850 (2016).

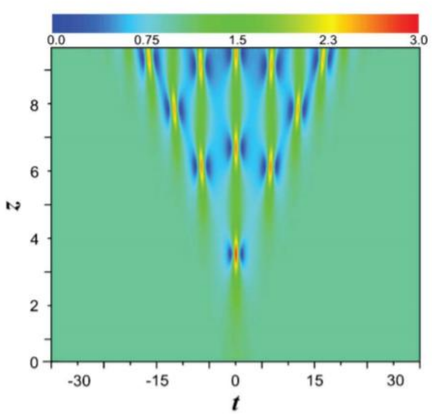
3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

怪波及其结构的产生机制——调制不稳定性

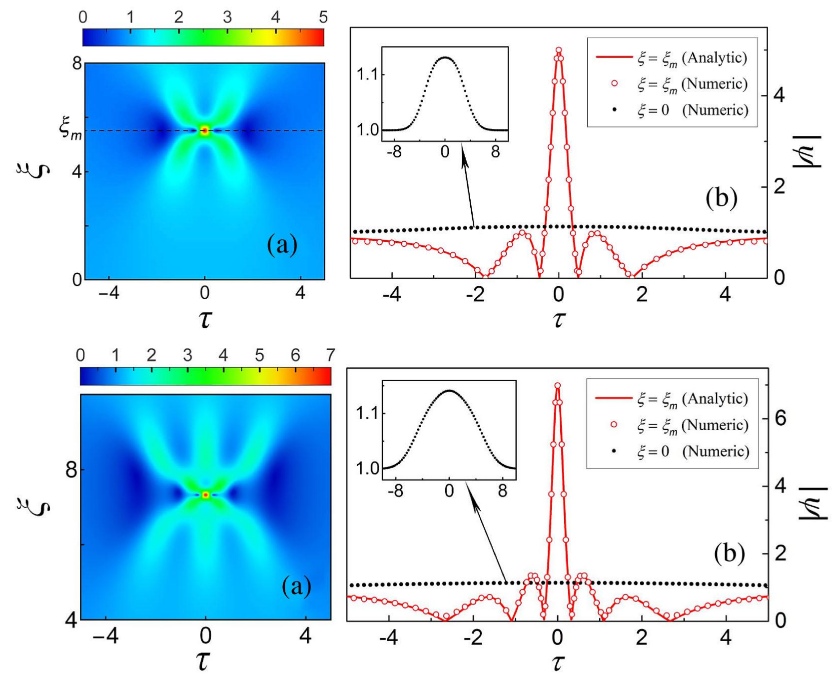
我们用平面波上的单高斯扰动和多高斯扰动分别激发了一阶怪波和高阶怪波。

初始条件：

$$\psi_n(0,\tau)=1+\sum_{i\geq 1}^{n} a_i\exp[-(\tau-\delta_i)^2/w_i^2]$$



L. C. Zhao, et. al, J. Opt. Soc. Am. B 33, 050850 (2016).



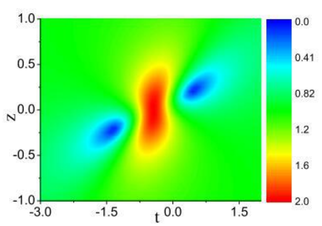
P. Gao, et al., Opt. Lett. 45, 2399 (2020).

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

怪波及其结构的产生机制——调制不稳定性

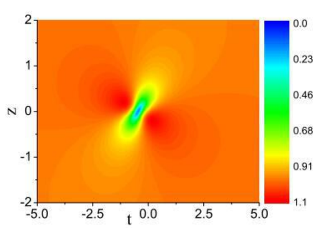
怪波产生于调制不稳定区的共振扰动。

哪些物理参数决定了怪波的时空结构?



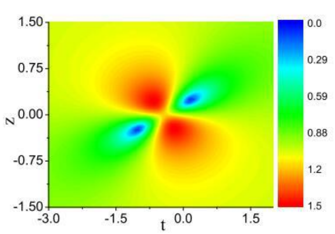
眼状结构

One component system



反眼状结构

Coupled system



四花瓣结构

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

怪波及其结构的产生机制——调制不稳定性

$\boxed{\dfrac{(\chi_R+b_i)^2}{\chi_I^2}}$ 可以用来判断耦合非线性薛定谔方程描述的系统中的怪波结构

（χ_R 和 χ_I 是怪波解中的参量）

$$\frac{(\chi_R+b_i)^2}{\chi_I^2} \le \frac{1}{3} \longrightarrow \text{眼状结构}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{(\chi_R+b_i)^2}{\chi_I^2} < 3 \longrightarrow \text{四花瓣结构}$$

$$3 < \frac{(\chi_R+b_i)^2}{\chi_I^2} \longrightarrow \text{反眼状结构}$$

通过改变 $\dfrac{(\chi_R+b_i)^2}{\chi_I^2}$ 的值可以改变基本怪波结构

L. M. Ling, L. C. Zhao, Z. Y. Yang, and B. L. Guo, Phys. Rev. E, 96, 022211 (2017).

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

怪波及其结构的产生机制——调制不稳定性

对N组分的非线性薛定谔方程的平面波背景进行线性稳定性分析，得到其色散关系：

$$\boxed{1+\sum_{i=1}^{N}\frac{a_i^2}{(\Omega_k+b_i)^2}=0}$$

这里 Ω_k 是扰动波矢，共振扰动的扰动频率为0.

$\mathrm{Im}[\Omega_k]$ 定义为扰动的增长率, $\mathrm{Re}[\Omega_k]$ 定义为扰动的演化能量

$$\boxed{1+\sum_{i=1}^{N}\frac{a_i^2}{(\Omega_k+b_i)^2}=0} \qquad \boxed{1+\sum_{i=1}^{N}\frac{a_i^2}{(\chi+b_i)^2}=0,}$$

$$\boxed{\chi=\Omega_k}$$

也就是说，$\mathrm{Re}[\Omega_k]$ and $\mathrm{Im}[\Omega_k]$ 可以用来判断耦合非线性薛定谔方程描述的系统中基本怪波的时空结构

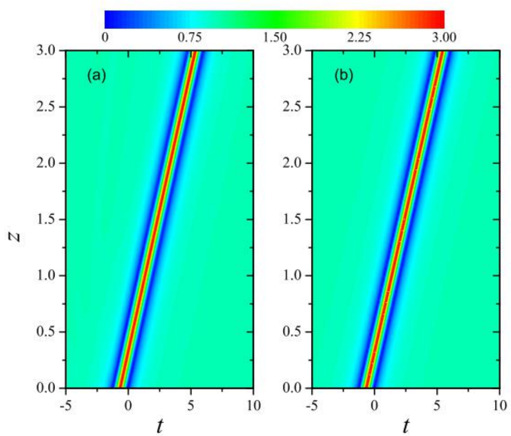
L. M. Ling, L. C. Zhao, Z. Y. Yang, and B. L. Guo, Phys. Rev. E, 96, 022211 (2017).

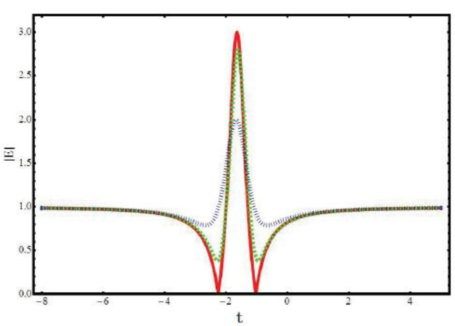
3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

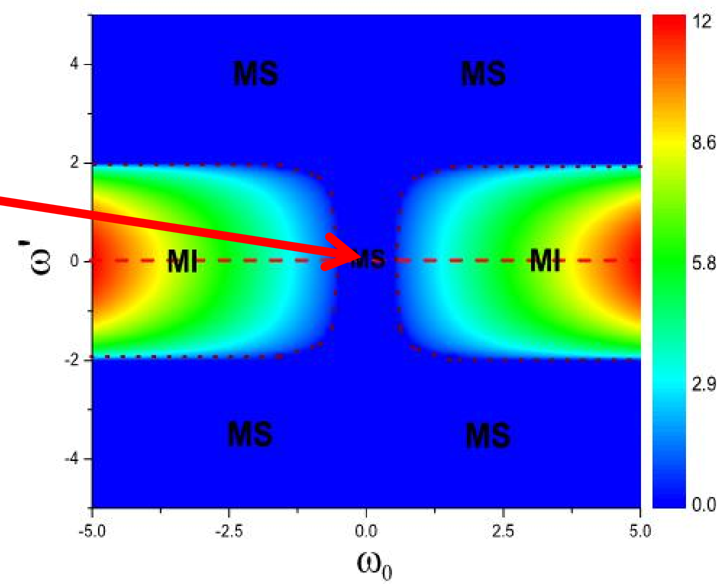
调制稳定区的W形孤子

Sasa-Satsuma equation

$$iE_z + \frac{1}{2}E_{tt} + |E|^2E + i\epsilon(E_{ttt} + 6|E|^2E_t + 3E|E|_t^2) = 0,$$







有理解在调制稳定区对应于W形孤子

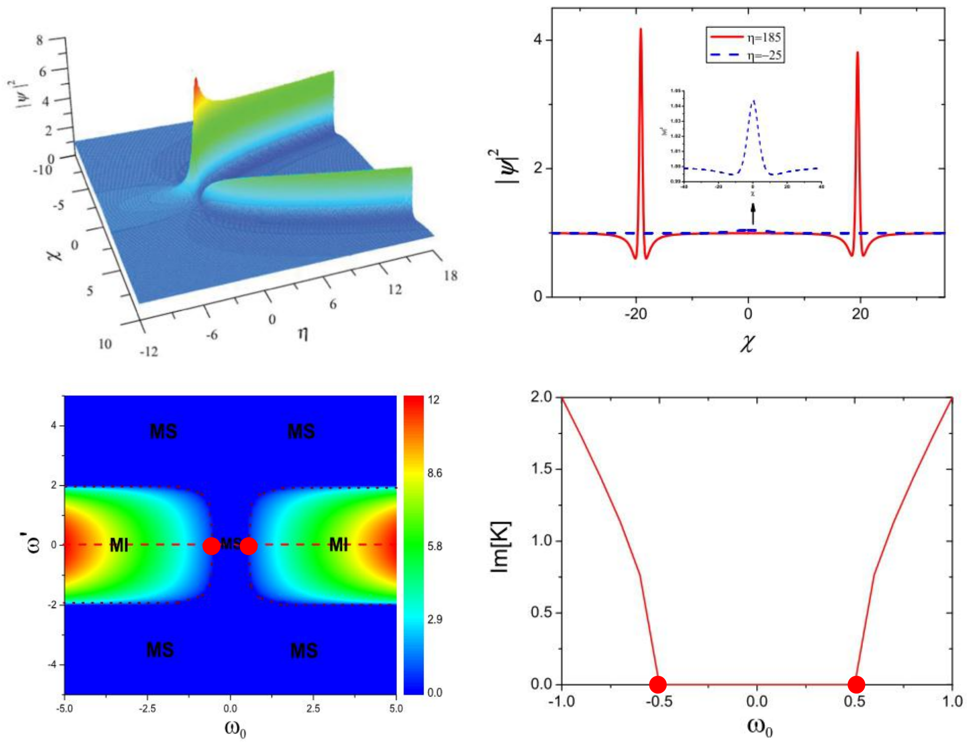
L. C. Zhao, et. al, Phys. Rev. E 89, 023210 (2014).

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

调制稳定区的W形孤子

Sasa-Satsuma equation

$$iE_z + \frac{1}{2}E_{tt} + |E|^2E + i\epsilon(E_{ttt} + 6|E|^2E_t + 3E|E|_t^2) = 0,$$



由一个弱的调制信号产生的两个W形孤子

在调制不稳定和调制稳定的临界区域出现从调制不稳定动力学到调制稳定动力学的自发转化

L. C. Zhao, et. al., Phys. Rev. E 93, 032215 (2016)

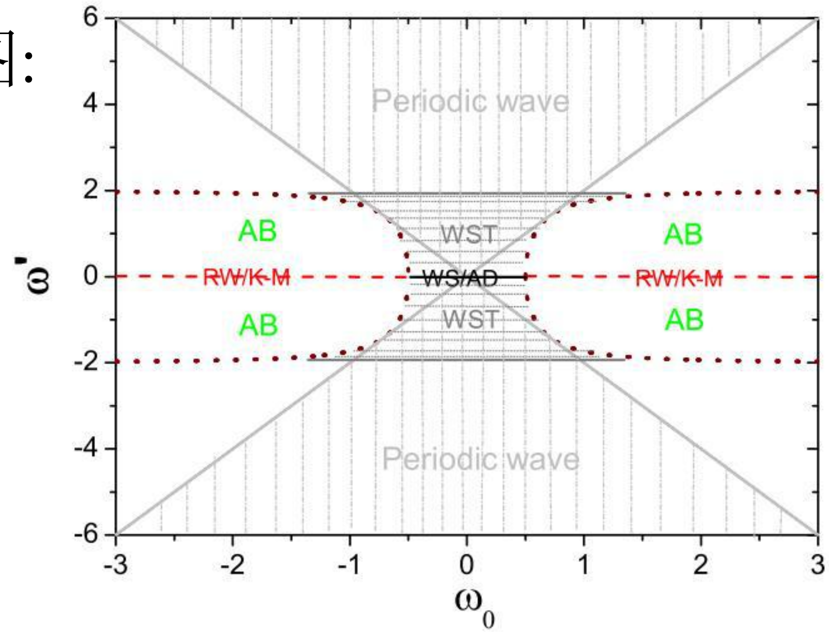
3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

调制稳定区的W形孤子

Sasa-Satsuma equation

$$iE_z + \frac{1}{2}E_{tt} + |E|^2E + i\epsilon(E_{ttt} + 6|E|^2E_t + 3E|E|_t^2) = 0,$$

相图:



这里 “AB”, “RW”, “K-M”, “WST”, “WS”, and “AD”, 分别为 Akhmediev 呼吸子, 怪波, Kuznetsov-Ma 呼吸子, W形孤子链, W形孤子, 和反暗孤子.

L. C. Zhao, et. al., Phys. Rev. E 93, 032215 (2016)

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

调制稳定区的W形孤子

Hirota equation

$$iE_z + \frac{1}{2}E_{tt} + |E|^2E - i\beta(E_{ttt} + 6|E|^2E_t) = 0,$$

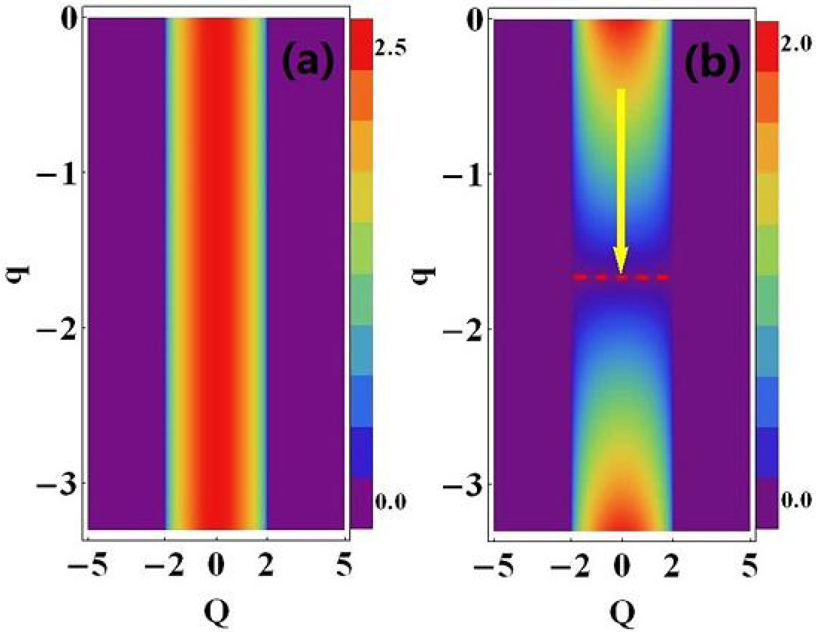
平面波解

$$E_0 = ae^{i\theta}, \quad \theta = qt + [a^2 - q^2/2 + \beta(6qa^2 - q^3)]z,$$

通过线性稳定性分析得到如下的色散关系

$$\omega = 2(6a^2\beta - q - 3q^2\beta - Q^2\beta) \pm\sqrt{(Q^2 - 4a^2)(1 + 6q\beta)^2}.$$

增长率定义为 $G = -\mathrm{Im}\{\omega\}.$



$$q = q_s = -1/(6\beta)$$

C. Liu, Z. Y. Yang, L. C. Zhao, and W. L. Yang, Phys. Rev. E 91, 022904 (2015)

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

调制稳定区的W形孤子

精确的有理解

$$E_1(t,z) = E_0\left[\frac{4+8ia^2(1-q/q_s)\xi}{1+4a^4(1-q/q_s)^2\xi^2+4a^2(\tau-\upsilon\xi)^2}-1\right],$$

where $\upsilon = q + (2a^2 - q^2)/(2q_s)$, $\xi = z - z_0$, $\tau = t - t_0$.

$$q \to q_s,$$

$$E_{1s}(t,z) = ae^{i\theta_s}\left[\frac{4}{1+4a^2(\tau-\upsilon_s\xi)^2}-1\right],$$

where $\theta_s = q_s\tau - q_s^2\xi/3$, and $\upsilon_s = (2a^2 + q_s^2)/(2q_s)$.

有理的W形孤子

我们考虑 $q \to q_s$,

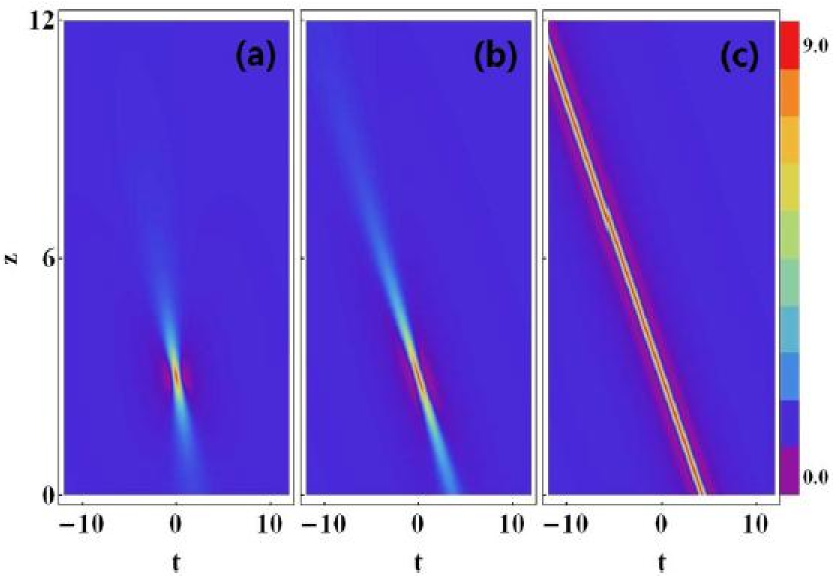


FIG. 2. (Color online) Transition of first-order localized waves $|E_1(t,z)|^2$ from rogue wave to W-shaped traveling wave: (a) $q = 0$, (b) $q = q_s/2$, and (c) $q = q_s$, all obtained under $a = 1$, $\beta = 0.1$, $z_0 = 3$, and $t_0 = 0$. This corresponds to the process from the MI region to the stability line described by the arrows in Fig. 1(b). Here (a) and (b) show the classical tilted rogue waves in the HE, while (c) shows a W-shaped traveling wave.

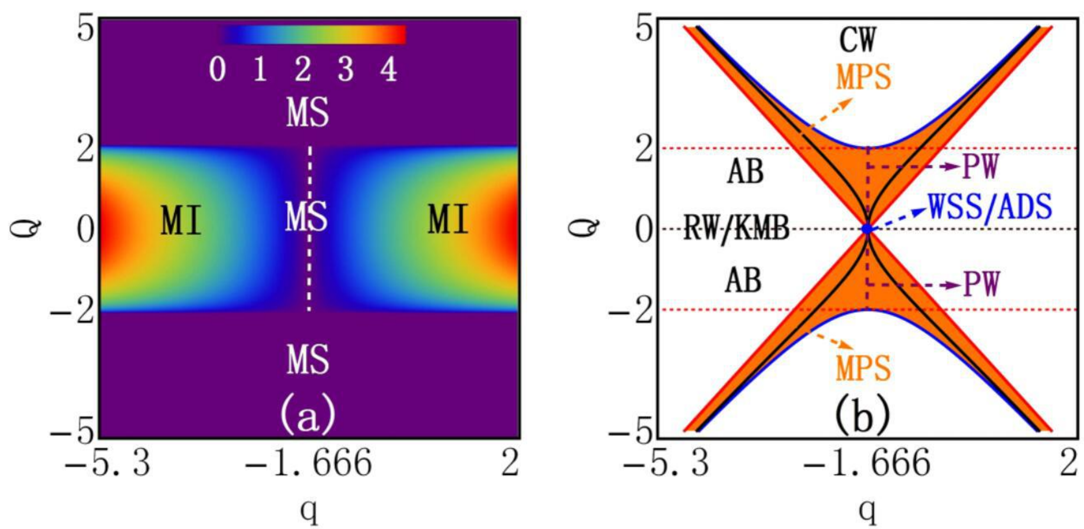
C. Liu, Z. Y. Yang, L. C. Zhao, and W. L. Yang, Phys. Rev. E 91, 022904 (2015)

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

调制稳定区的W形孤子

Hirota equation $$iE_z + \frac{1}{2}E_{tt} + |E|^2E - i\beta(E_{ttt} + 6|E|^2E_t) = 0,$$

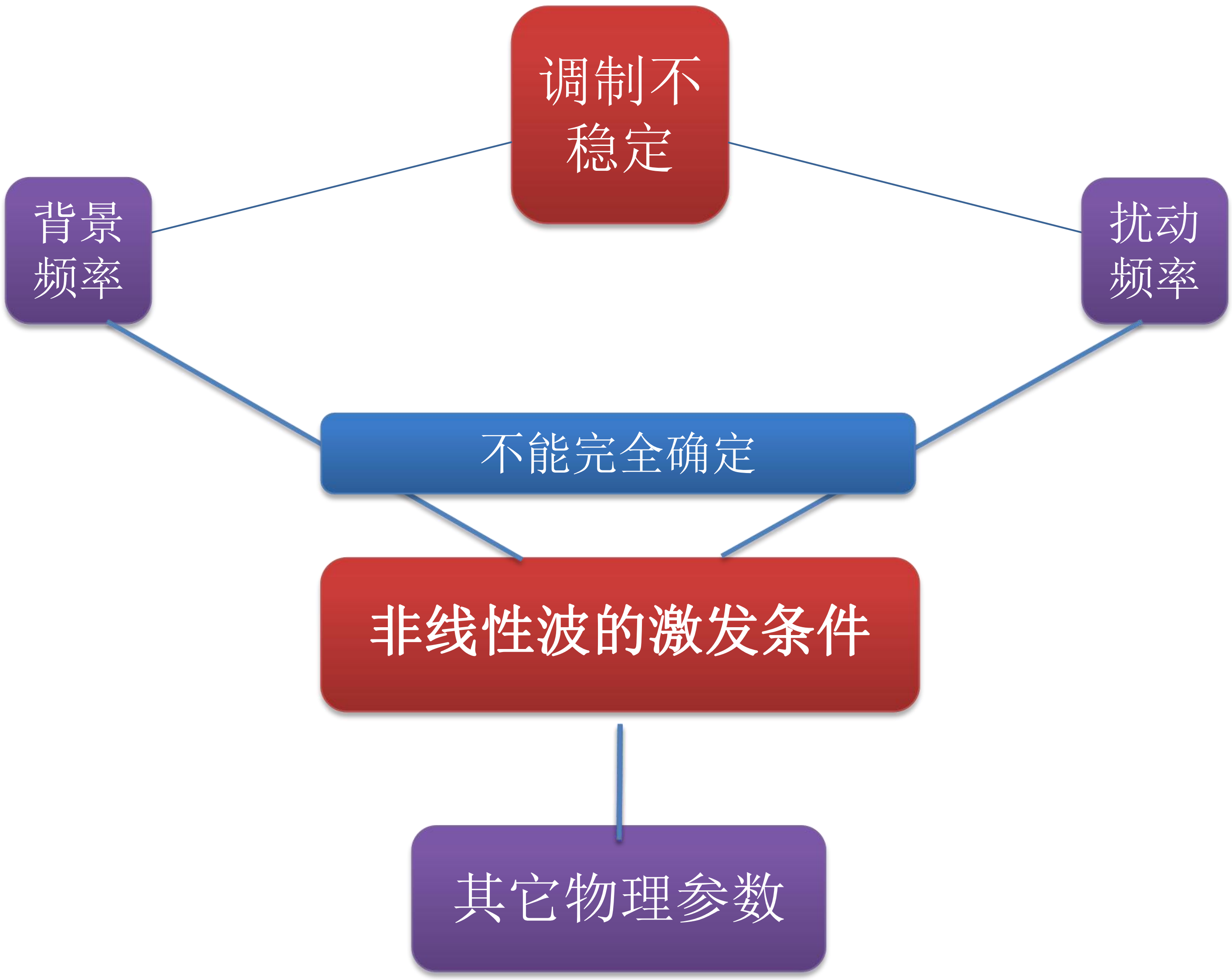
相图：



这里 “AB”, “RW”, “KMB”, “WSS”, “ADS”, “PW”, and “MPS” 分别为 Akhmediev 呼吸子, 怪波, Kuznetsov-Ma 呼吸子, W形孤子, 反暗孤子, 周期波, 和多峰孤子。

C. Liu, Z. Y. Yang, L. C. Zhao, L. Duan, et. al., Phys. Rev. E 94, 042221 (2016)

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件



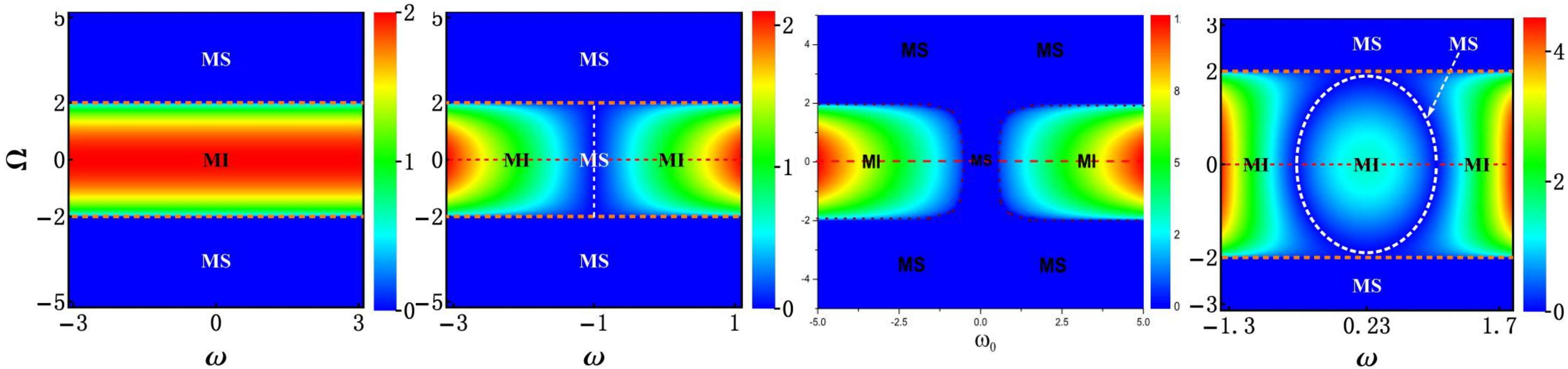
3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

扰动能量在确定非线性波激发条件中的作用

四阶非线性薛定谔模型：

$$i\psi_z + \frac{1}{2}\psi_{tt} + \psi|\psi|^2 + i\beta H[\psi(t,z)] + \gamma P[\psi(t,z)] = 0,$$

非线性薛定谔方程　Hirota 方程　S-S 方程　四阶非线性薛定谔方程



在调制不稳定区没有调制稳定的区域

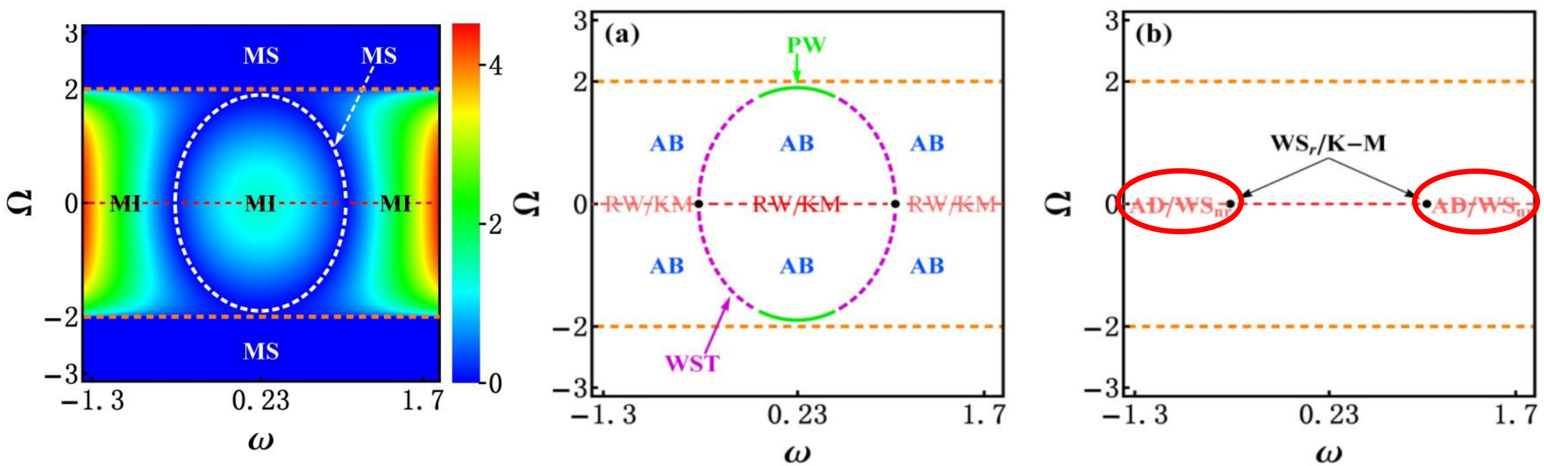
在调制不稳定带中有调制稳定的线

调制不稳定带中有调制稳定带

调制不稳定带中有调制稳定环

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

扰动能量在确定非线性波激发条件中的作用



MI: 调制不稳定, MS: 调制稳定, AB Akhmediev 呼吸子, K-M: Kuznetsov-Ma 呼吸子, RW: 怪波, WS_r : 有理W形孤子, PW: 周期波, WST: W形孤子链, AD: 反暗孤子, WS_{nr} : 非有理W形孤子.

L. Duan, L. C. Zhao, W. H. Xu, C. Liu, Z. Y. Yang, and W. L. Yang, Phys. Rev. E 95, 042212 (2017).

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

扰动能量在确定非线性波激发条件中的作用

扰动能量： $\varepsilon = \int_{-\infty}^{\infty}\left(|\psi|^2 - |\psi_0|^2\right)dt$

$\boxed{\varepsilon = 0}$

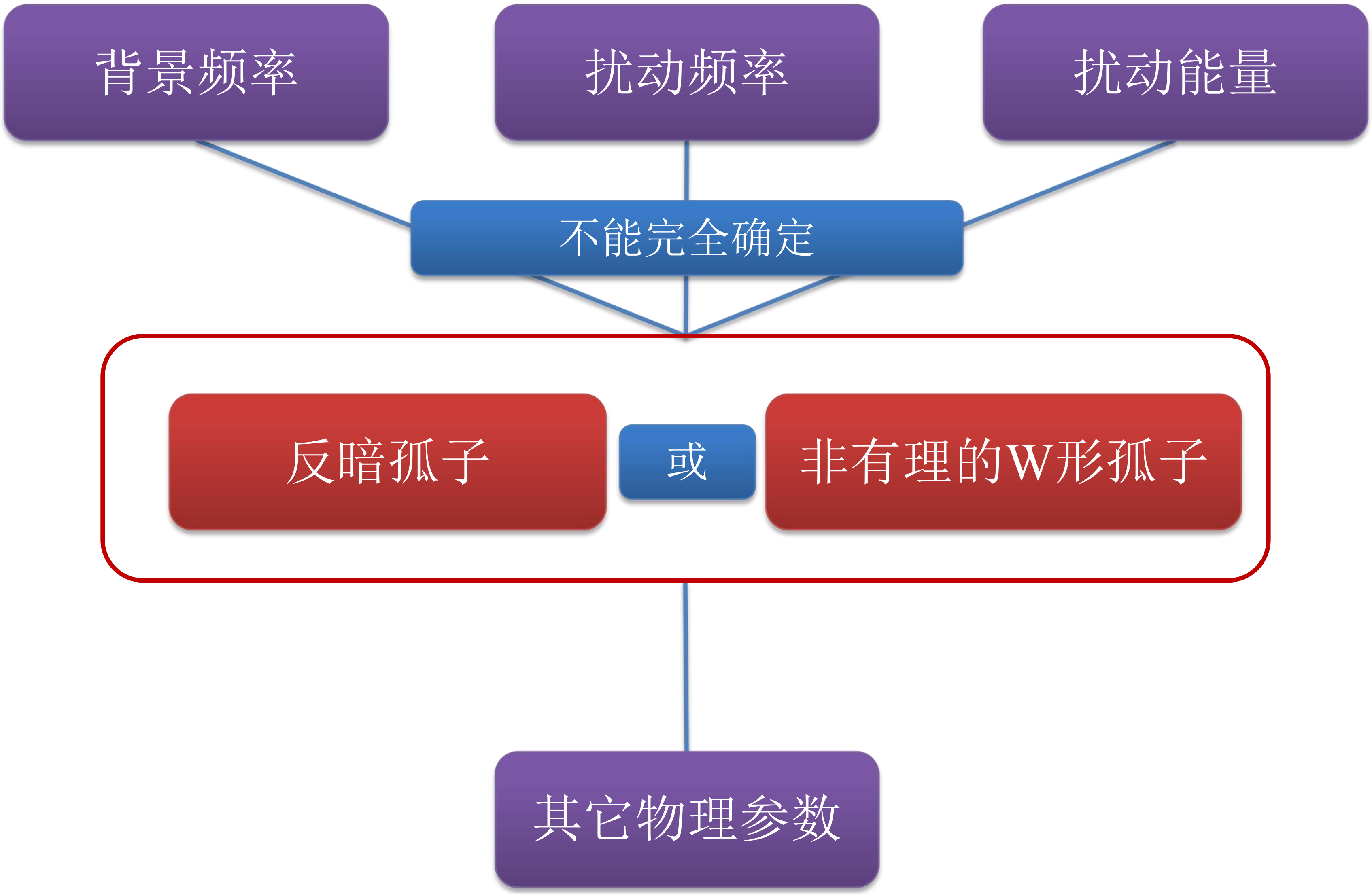
- MI
  - 怪波
  - Akhmediev 呼吸子
- MS
  - 有理的W形孤子
  - W形孤子链
  - 周期波

$\boxed{\varepsilon > 0}$

- MI or MS
  - Kuznetsov-Ma 呼吸子
  - 非有理的W形孤子
  - 反暗孤子
  - Tajiri-Watanabe 呼吸子
  - 多峰孤子

L. Duan, L. C. Zhao, W. H. Xu, C. Liu, Z. Y. Yang, and W. L. Yang, Phys. Rev. E 95, 042212 (2017).

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件



3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

相对相位在确定非线性波激发条件中的作用

反暗孤子或非有理的W形孤子

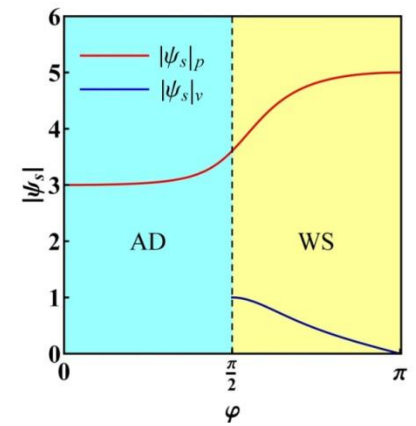
$$\psi_s = \left[A + \psi_{p\pm} e^{i\varphi_\pm}\right] e^{i\theta}$$

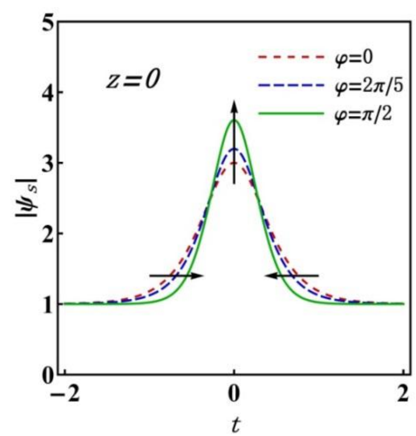
$$\psi_{p\pm} = \frac{\varepsilon_s \sqrt{\varepsilon_s^2 \cos^2(\phi) + 16 b^2 \sin^2(\phi)}}{8|b| \cosh(\beta_0) \mp 8A\cos(\phi)}$$

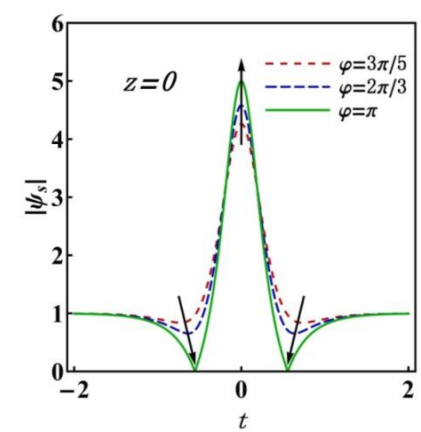
$\psi_{p\pm}$ 是正的实函数

$\varphi_\pm$ 表示扰动信号$\psi_{p\pm} e^{i\varphi_\pm + i\theta}$和平面波背景之间的相对相位

孤子类型和相对相位的关系







L. Duan, Z. Y. Yang, P. Gao, and W.L. Yang, Phys. Rev. E 99, 012216 (2019).

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

- 非线性波的激发条件
  - 背景频率
  - 扰动频率
  - 扰动能量
  - 相对相位

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

基本非线性波的激发条件和相图

参数$\alpha = \frac{\beta^2}{16\gamma^2} + \frac{1}{12\gamma} + a^2$，$\Delta = \left[\frac{\sqrt{(\varepsilon^2-4\Omega^2+16a^2)^2+16\varepsilon^2\Omega^2}-(\varepsilon^2-4\Omega^2+16a^2)}{8}\right]^{1/2}$，

$\nabla = -2\Delta \pm 8\omega\sqrt{\Delta} - 6\omega^2 + 6a^2 + \frac{1}{4}\varepsilon^2 - \Omega^2$。

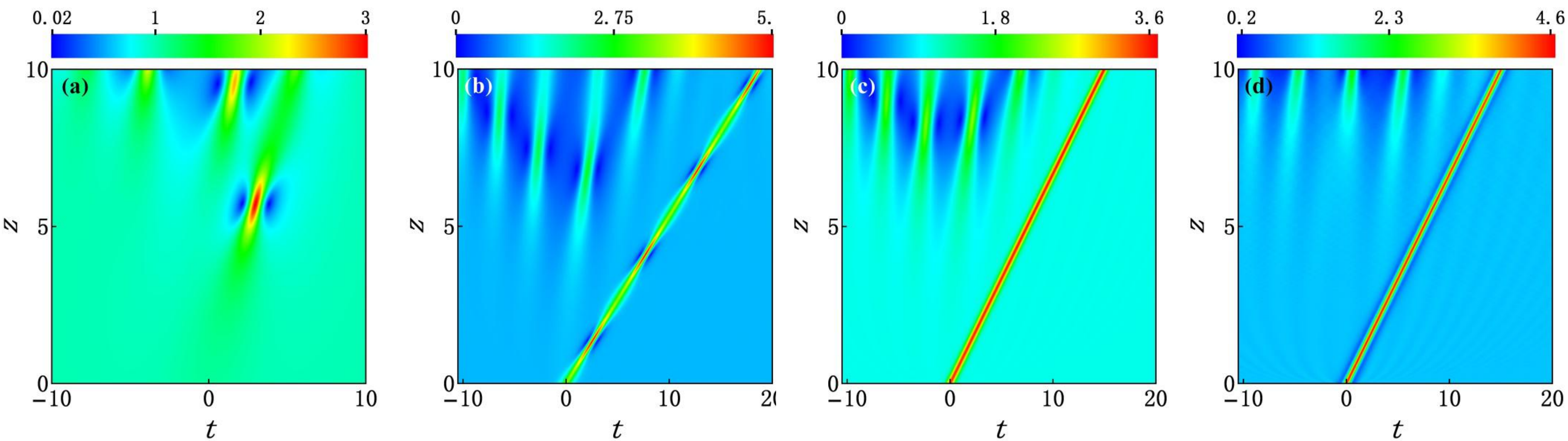
激发条件				非线性波类型
Ω	ω	ε	φ	
0	$\omega^2-\alpha\neq 0$	0	$\varphi\in(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})+2n\pi$	怪波
	$\omega^2-\alpha=0, \alpha\geq 0$			有理W形孤子
0	$\omega^2-\frac{\varepsilon^2}{24}-\alpha\neq 0, \varepsilon>0$		$\varphi\in\mathbb{R}$	Kuznetsov-Ma呼吸子
	$\omega^2-\frac{\varepsilon^2}{24}-\alpha=0, \varepsilon>0$		$\varphi\in(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}]+2n\pi$	非有理W形孤子
	$\omega^2-\frac{\varepsilon^2}{24}-\alpha=0, \varepsilon>0$		$\varphi\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]+2n\pi$	反暗孤子
$\omega^2+\frac{\Omega^2}{6}-\alpha\neq 0, \Omega\in(0,2)$		0	$\varphi\in(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})+2n\pi$	Akhmediev 呼吸子
$\omega^2+\frac{\Omega^2}{6}-\alpha=0$			$0<\lvert\Omega\rvert<\frac{\sqrt{3}}{\lvert\sec\varphi\rvert}$	W形孤子链
$\omega^2+\frac{\Omega^2}{6}-\alpha=0$			$\frac{\sqrt{3}}{\lvert\sec\varphi\rvert}<\lvert\Omega\rvert<\frac{2}{\lvert\sec\varphi\rvert}$	周期波
$1+2\beta\left(\pm\sqrt{\Delta}-3\omega\right)+2\gamma\nabla\neq 0$			$\varphi\in\mathbb{R}$	Tajiri-Watanabe呼吸子
$1+2\beta\left(\pm\sqrt{\Delta}-3\omega\right)+2\gamma\nabla=0$				多峰孤子

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

非线性波激发的数值测试

初态 $\psi(t,0)=\left[1+a\operatorname{sech}(bt)e^{i\varphi}\right]e^{i\theta}$ 背景频率 ω=0, 扰动频率 Ω=0

$\varepsilon=0.0047$	$\varepsilon=8.3$	$\varepsilon=6.946\approx4\sqrt{3}$	$\varepsilon=6.936\approx4\sqrt{3}$
$\varphi=0.56\pi$	$\varphi=0$	$\varphi=\dfrac{\pi}{2}$	$\varphi=\dfrac{4\pi}{5}$



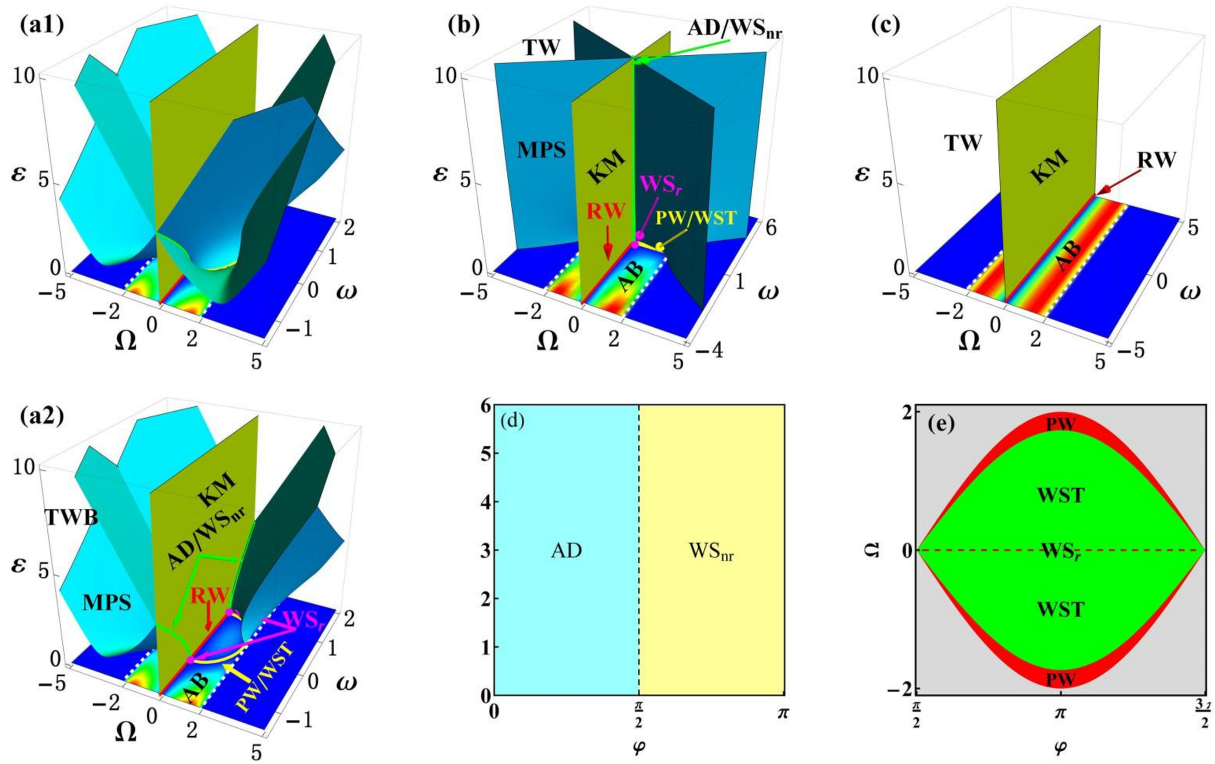
怪波	Kuznetsov-Ma 呼吸子	反暗孤子	非有理的W形孤子

L. Duan, Z. Y. Yang, P. Gao, and W. L. Yang, Phys. Rev. E 99, 012216 (2019).

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

基本非线性波的激发相图

四阶非线性薛定谔模型　　Hirota 模型　　非线性薛定谔模型



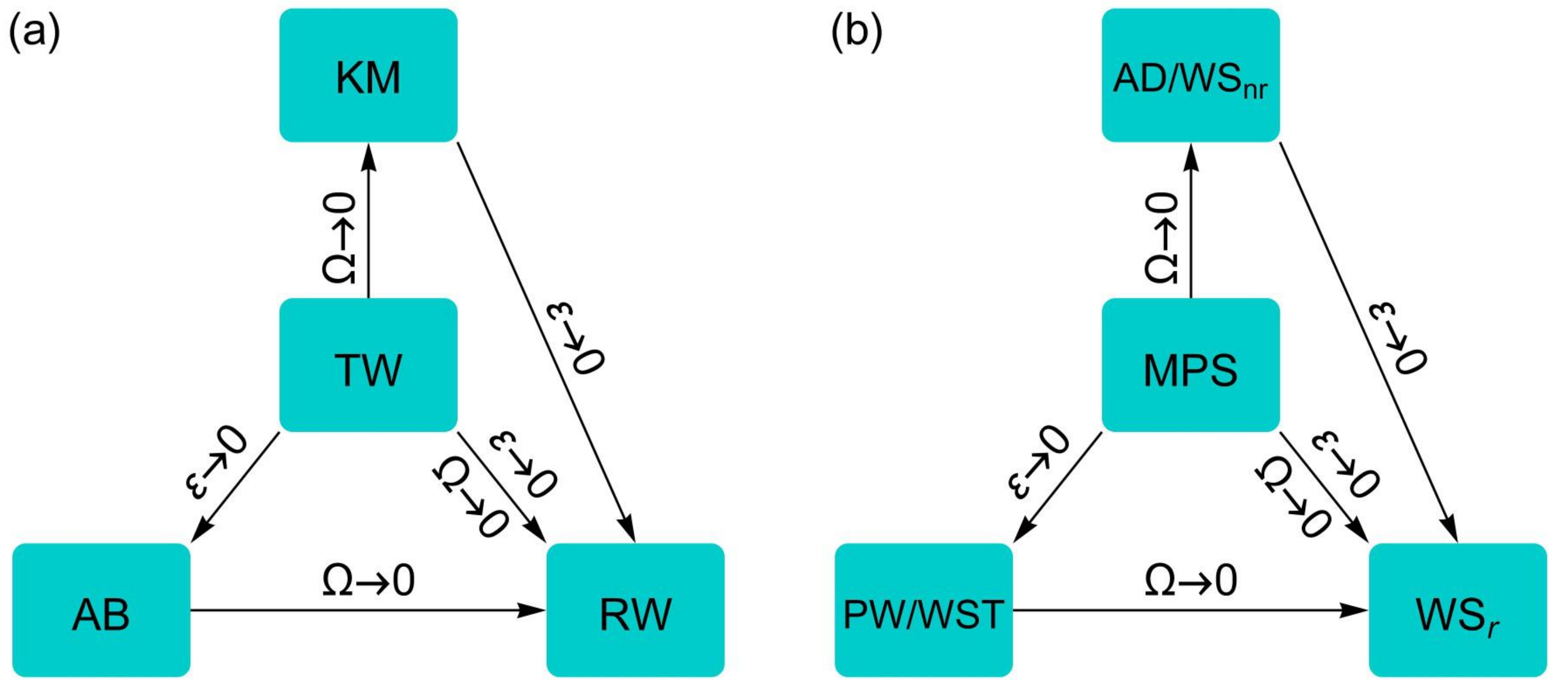
TWB: Tajiri – Watanabe呼吸子, AB Akhmediev 呼吸子, K-M: Kuznetsov-Ma呼吸子,

RW: 怪波, WS_r： 有理的W形孤子, MPS: 多峰孤子,AD: 反暗孤子,

WS_{nr}： 非有理的W形孤子, PW: 周期波,WST: W形孤子链.

3. 不同类型非线性波的产生机制与激发条件

不同非线性波间的转换关系



TW: Tajiri – Watanabe呼吸子, AB: Akhmediev呼吸子,

K-M: Kuznetsov-Ma呼吸子, RW: 怪波,

WS_r: 有理W形孤子, MPS: 多峰孤子, AD: 反暗孤子,

WS_{nr}: 非有理W形孤子, PW: 周期波, WST: W形孤子链.

4. 非线性波的相互作用特性

呼吸子的相互作用

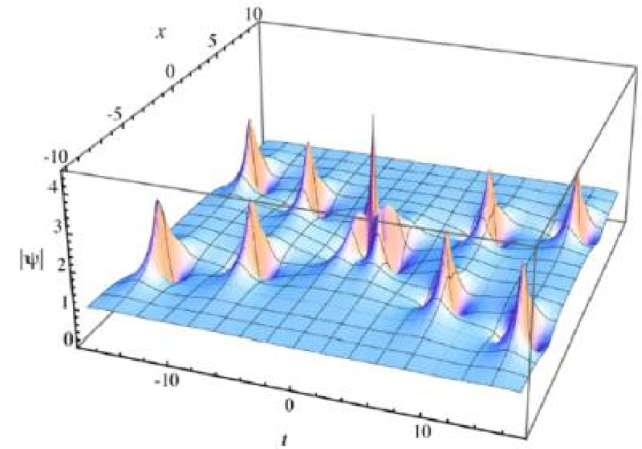
理论

Selected for a Viewpoint in *Physics*

PHYSICAL REVIEW A **80**, 043818 (2009)

How to excite a rogue wave

N. Akhmediev,[1] J. M. Soto-Crespo,[2] and A. Ankiewicz[1]



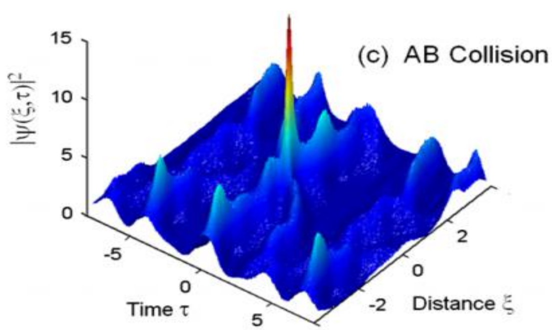
PHYSICAL REVIEW X **3**, 041032 (2013)

实验

Collision of Akhmediev Breathers in Nonlinear Fiber Optics

B. Frisquet, B. Kibler,* and G. Millot
Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne (ICB), UMR 6303 CNRS-Université de Bourgogne, Dijon, France

(Received 1 July 2013; published 19 December 2013)



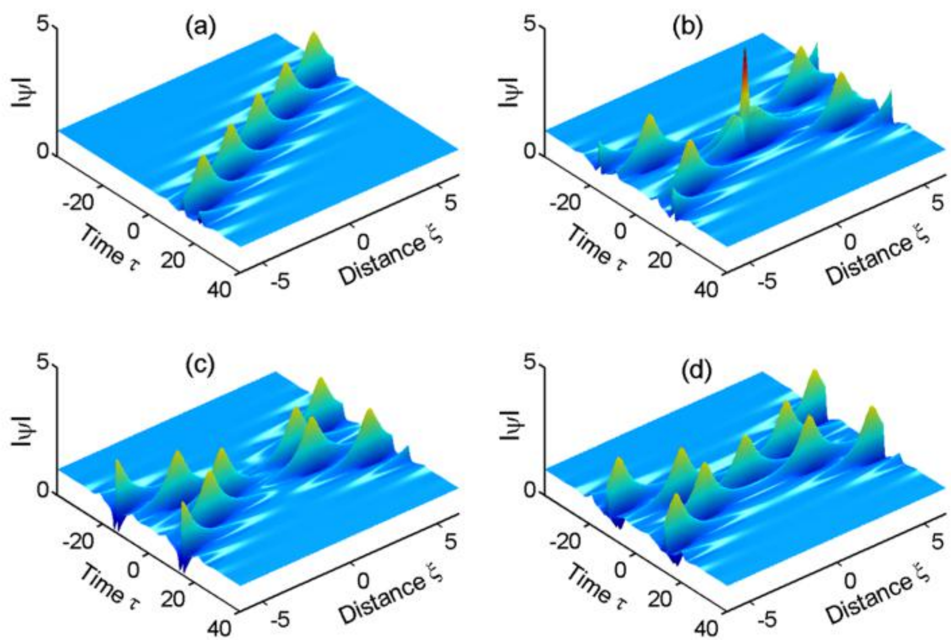
4. 非线性波的相互作用特性

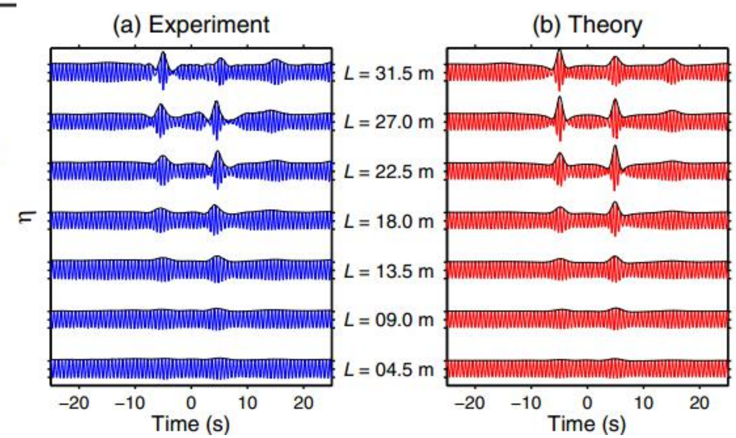
呼吸子的相互作用

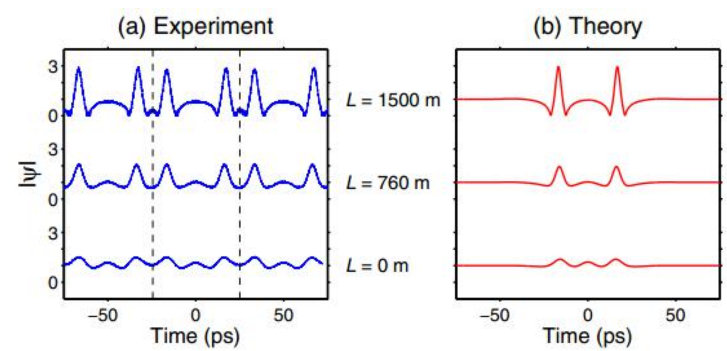
PHYSICAL REVIEW X **5**, 041026 (2015)

Superregular Breathers in Optics and Hydrodynamics: Omnipresent Modulation Instability beyond Simple Periodicity

B. Kibler,[1,*] A. Chabchoub,[2] A. Gelash,[3] N. Akhmediev,[4] and V. E. Zakharov[3,5,6]



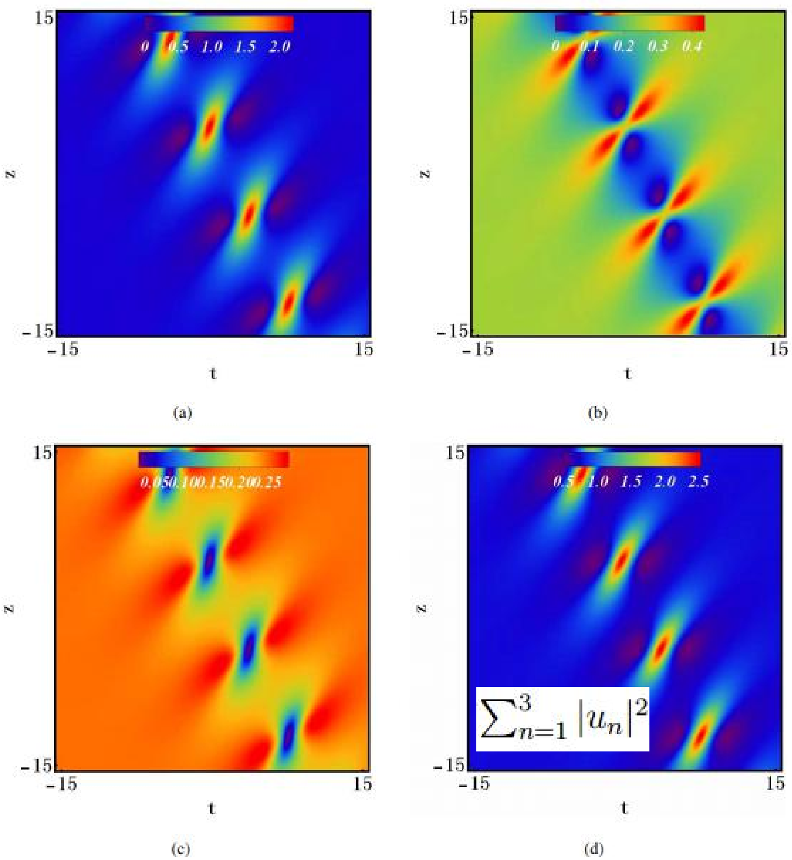




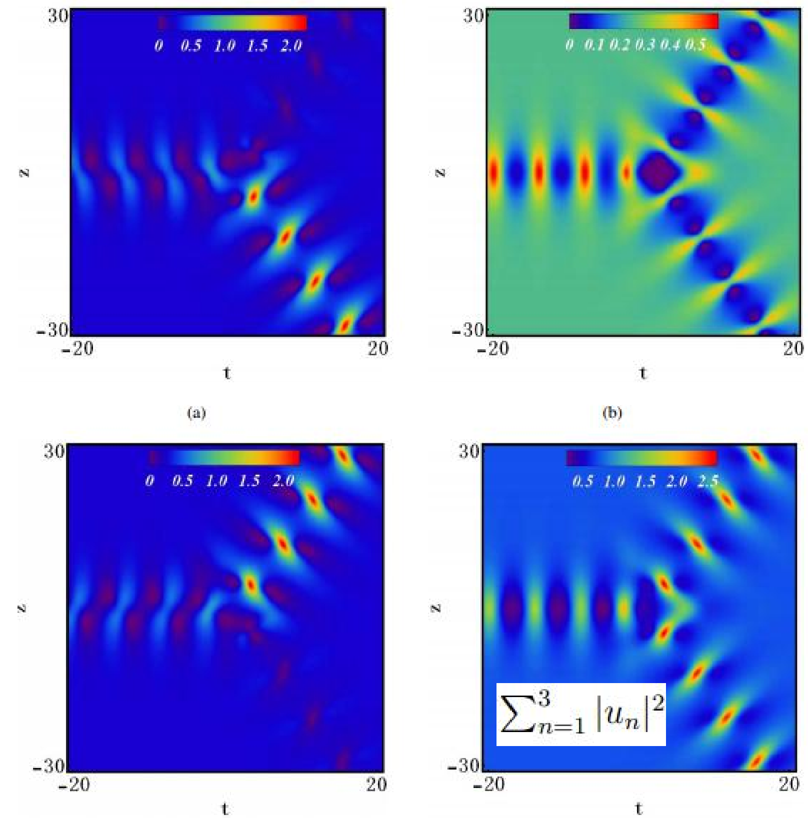
2015年底，Kibler和Chabchoub利用光纤和水箱同时验证了一般呼吸子及其碰撞特性。

4. 非线性波的相互作用特性

呼吸子的相互作用



不同结构的矢量呼吸子

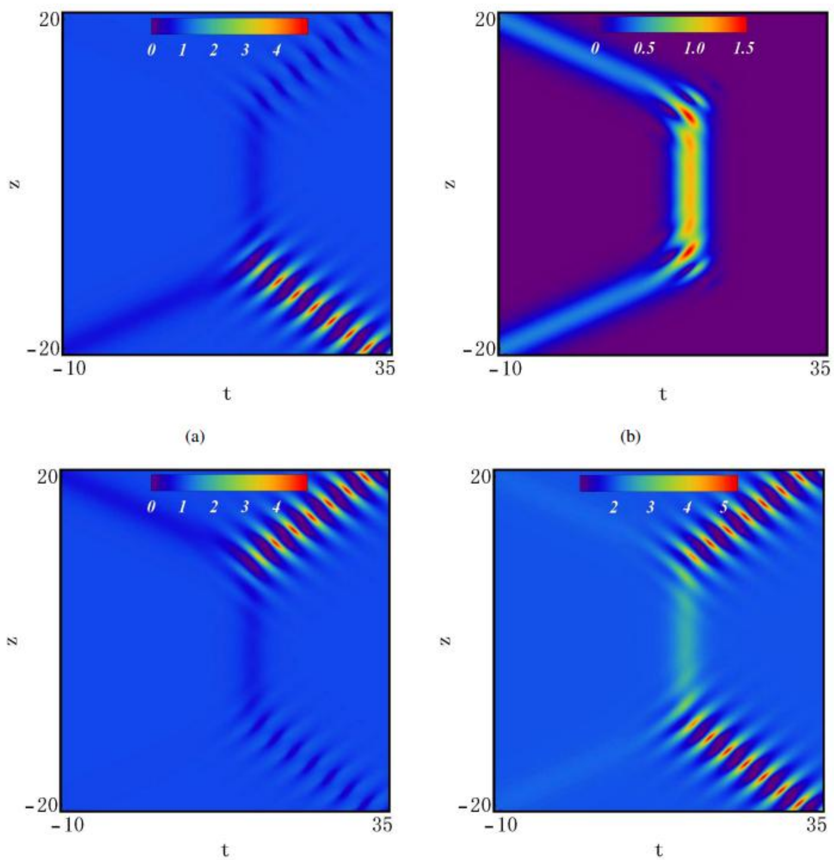


Y形相互作用

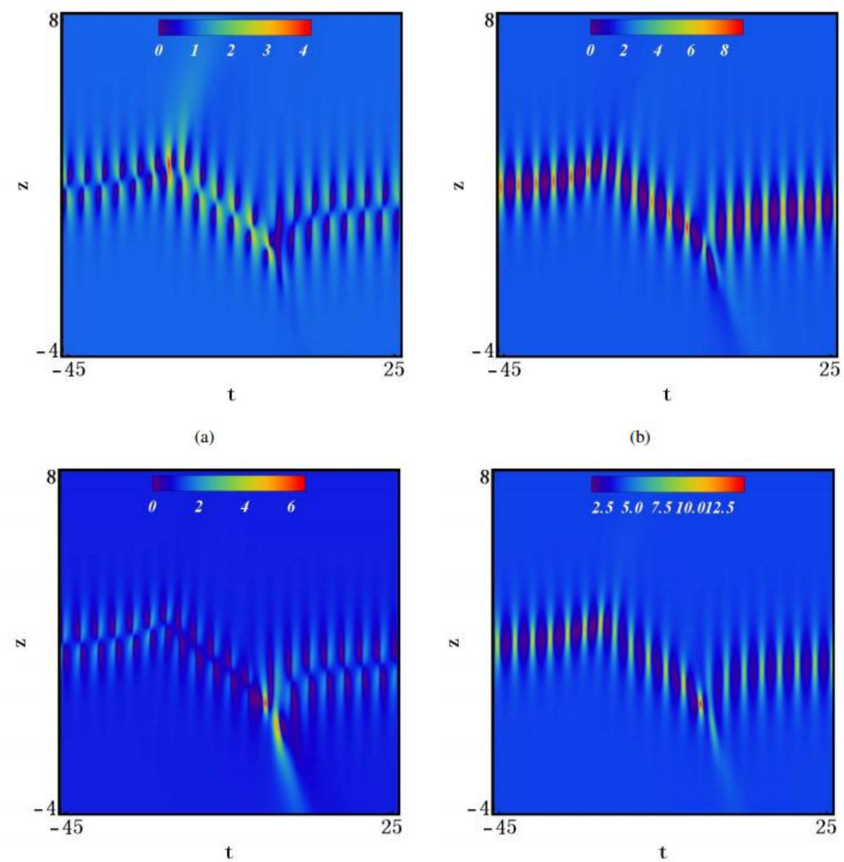
C. Liu, Z.Y. Yang, et al., Phys. Rev. A 89, 055803 (2014)

4. 非线性波的相互作用特性

呼吸子和其它非线性波的相互作用



呼吸子和孤子的相互作用



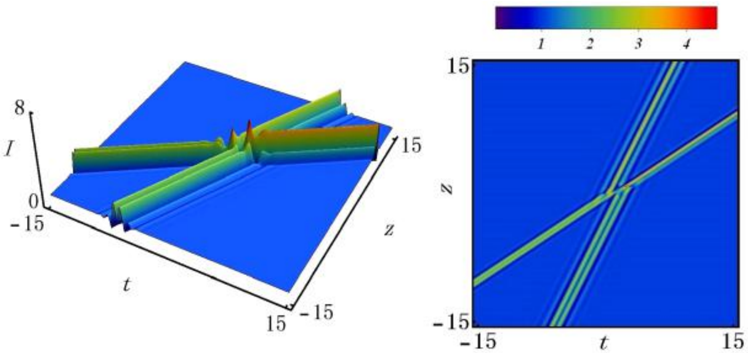
呼吸子和怪波的相互作用

C. Liu, Z.Y. Yang, et al., Phys. Rev. A 89, 055803 (2014).

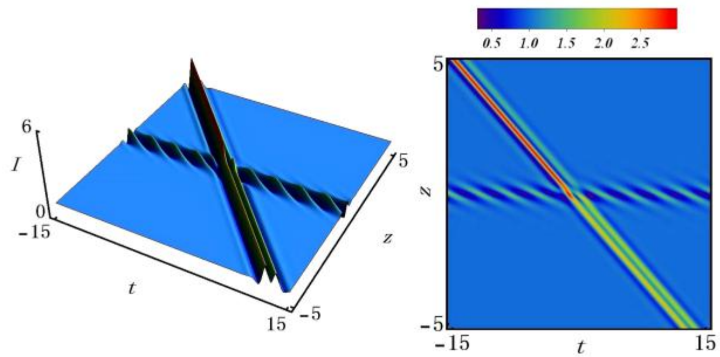
4. 非线性波的相互作用特性

多峰孤子的形变相互作用

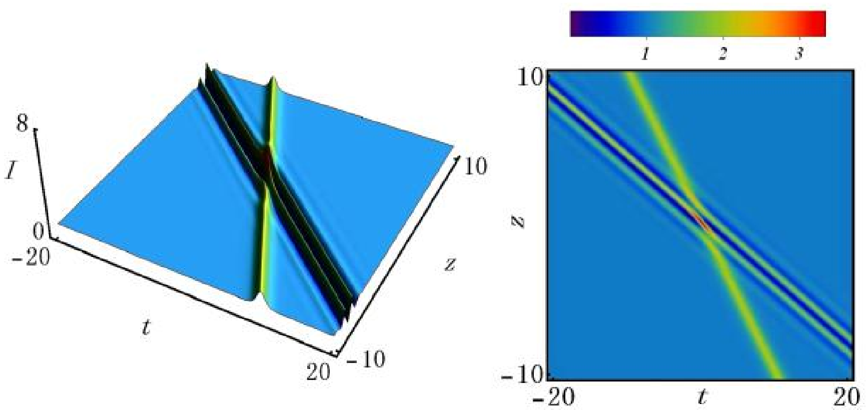
多峰孤子间的相互作用



多峰孤子和呼吸子的相互作用



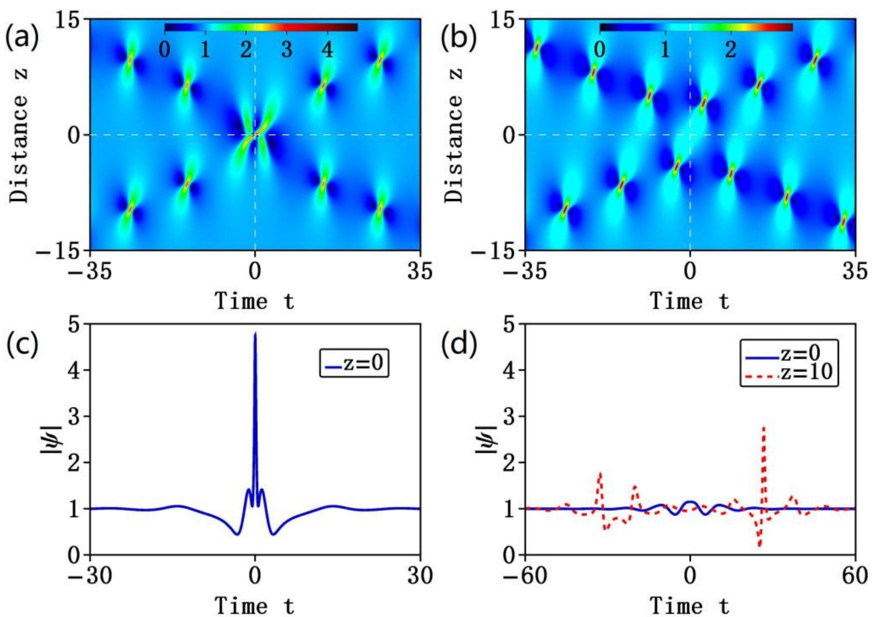
多峰孤子和反暗孤子的相互作用



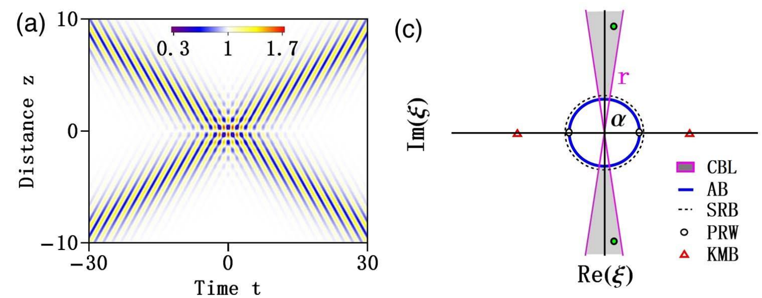
C. Liu, Z. Y. Yang, L. C. Zhao, L. Duan, et. al., Phys. Rev. E 94, 042221 (2016).

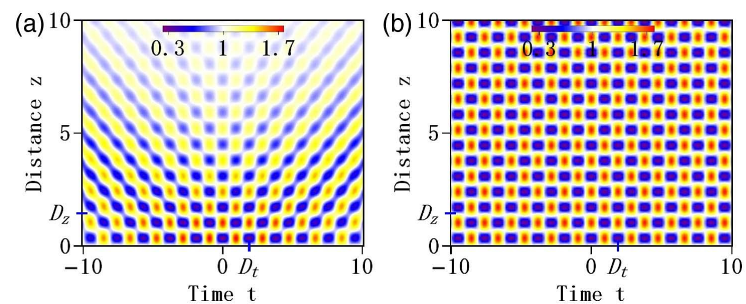
4. 非线性波的相互作用特性

呼吸子碰撞产生的新现象



非对称Super-regular呼吸子





棋盘状时空干涉图样

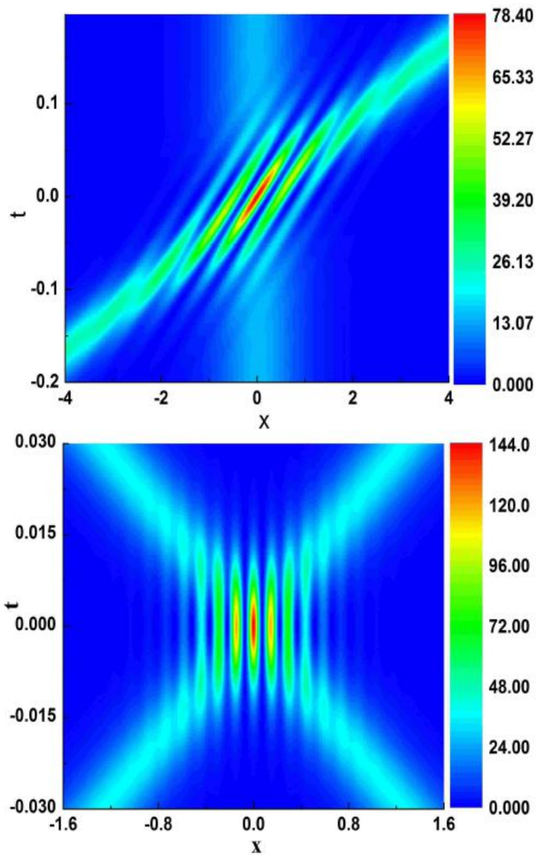
C. Liu, et al. Phys. Rev. E 100, 062201 (2019).

C. Liu, et al. J. Opt. Soc. Am. B 36, 1294 (2019).

4. 非线性波的相互作用特性

亮孤子相互作用过程中的干涉和隧穿

亮孤子间的干涉



孤子的峰值 $P_j = \dfrac{4a_j^2}{g}$

孤子的速度 $v_j = 4b_j$

空间周期 $\boxed{D = \dfrac{4\pi}{v_2 - v_1}}$

时间周期 $\boxed{T = \dfrac{2\pi}{g(P_2 - P_1) + \frac{1}{4}(v_1^2 - v_2^2)}}$

$T = 0$ ← $P_1 = P_2,\ v_2 = -v_1$

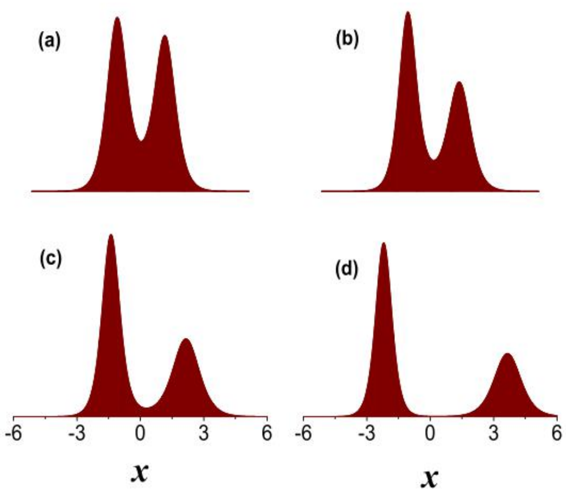
L. C. Zhao, Z. Y. Yang , et al., Nonlinear Dynamics 12, 21–28 (2015).

4. 非线性波的相互作用特性

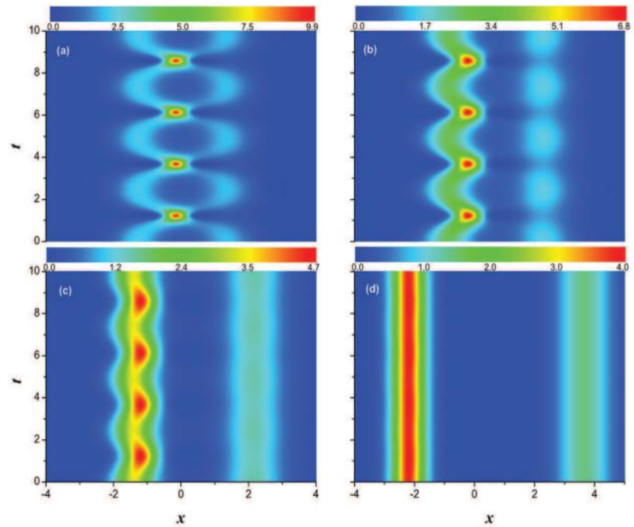
亮孤子相互作用过程中的干涉和隧穿

亮孤子间的隧穿

$$v_1 = v_2$$



具有不同距离的双孤子的强度分布



不同重叠度的双孤子的演化

两个孤子之间存在粒子数的交换

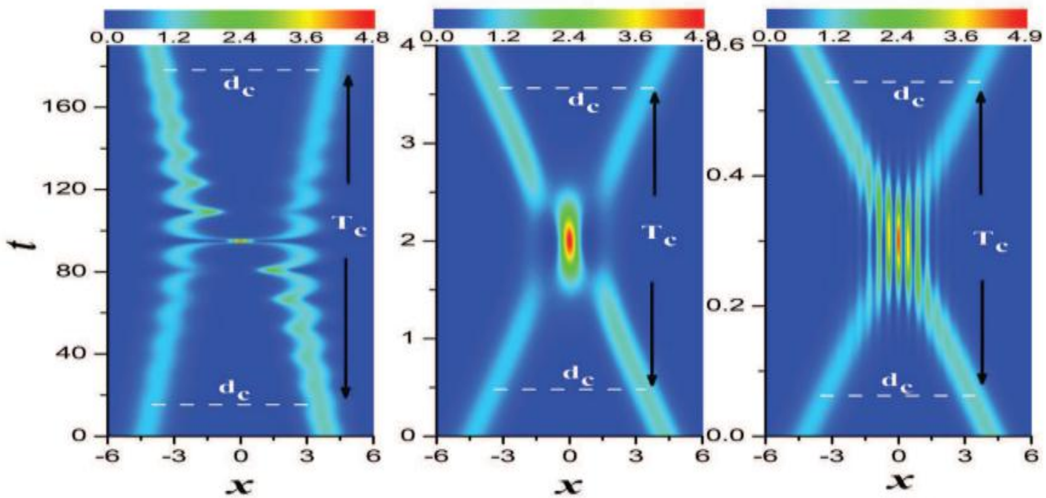
对于强重叠度的双孤子，他们的峰值出现振荡，随着重叠程度的减小，振荡减弱.

L. C. Zhao, L. Ling, Z. Y. Yang, W. L. Yang, Nonlinear Dynamics 88, 2957 (2017).

4. 非线性波的相互作用特性

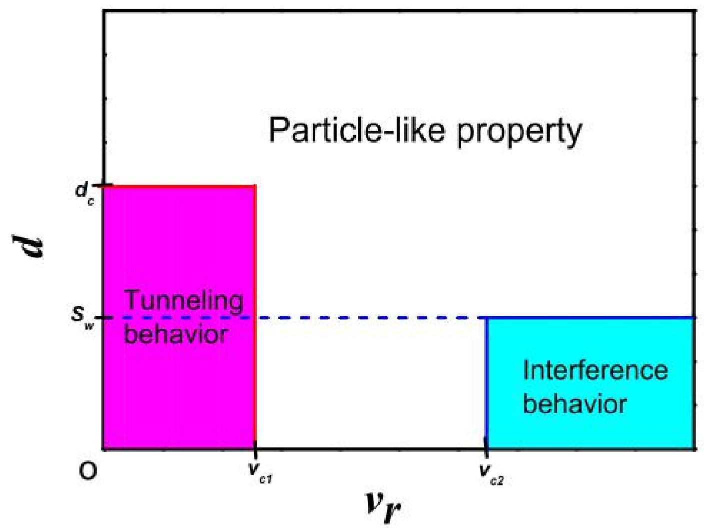
亮孤子相互作用过程中的干涉和隧穿

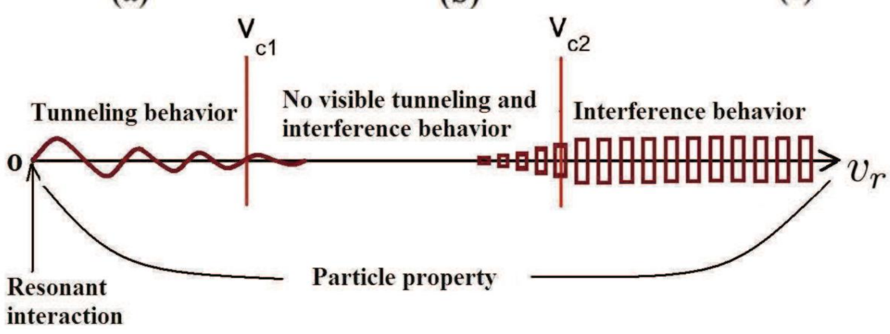
相对速度：$v = 0.01$ $v = 0.1$ $v = 7$



(a) (b) (c)

孤子相互作用特征的相图：





$v < v_{c1}$ and $d < d_c$，
隧穿行为可见.

$v_{c2} < v$ and $d < S_w$，
干涉行为可见.

L. C. Zhao, L. Ling, Z. Y. Yang, W. L. Yang, Nonlinear Dynamics 88, 2957 (2017).

5. 非线性波的操控和应用

（1） 我们研究了非线性光纤系统中周期形式的色散管理对啁啾和无啁啾的孤子动力学的影响

Z. Y. Yang, L.C. Zhao, et al., J. Opt. Soc. Am. B 28, 236 (2011).
Z. Y. Yang, L.C. Zhao, et al., Phys. Rev. E 83, 066602 (2011).

（2）我们研究了渐变折射率光波导中指数形式的色散对孤子的放大和衰减作用

Z. Y. Yang, L.C.Zhao et.al., Opt. Commun. 283, 3768 (2010).

（3）我们研究了渐变折射率光波导中长周期光栅对孤子动力学的影响，得到了丰富了动力学特征

Z. Y. Yang, L. C. Zhao et. al., Phys. Rev. A 81, 043826 (2010).

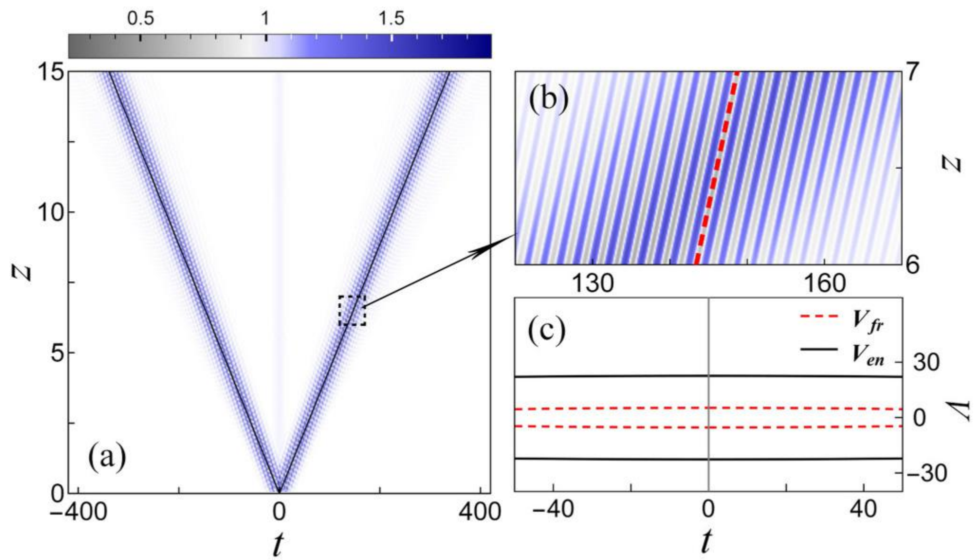
（4）我们得到了自旋孤子，并研究了常外力驱动下由正负质量转换诱导的自旋孤子交流振荡。

L. C. Zhao, et al., Phys. Rev. A 101, 043621 (2020).

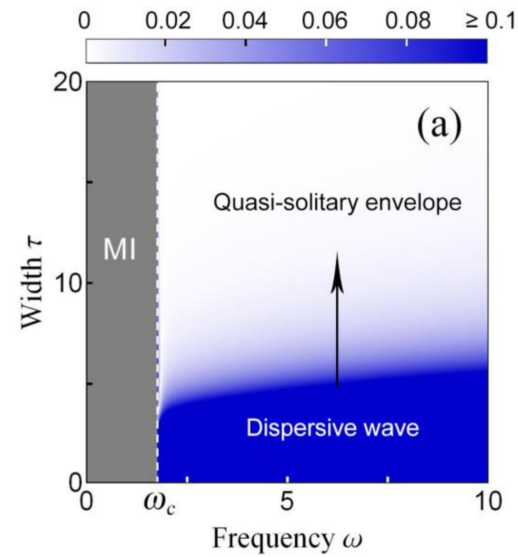
5. 非线性波的操控和应用

（5）我们改进了线性稳定性分析方法，去定量地预测平面波上扰动的动力学，进而控制非线性波的激发。

预测波条纹的速度和局域包络的速度：



类孤立包络与色散波的激发相图：



P. Gao, et al, Phys. Rev. E 102, 022207 (2020).

5. 非线性波的操控和应用

磁矩分布

在磁性材料中，磁矩分布是非常重要的，它允许我们提取磁性样品中的各向异性和磁化机制等重要信息.

它可以促进自旋电子学在磁存储及逻辑器件中的应用.

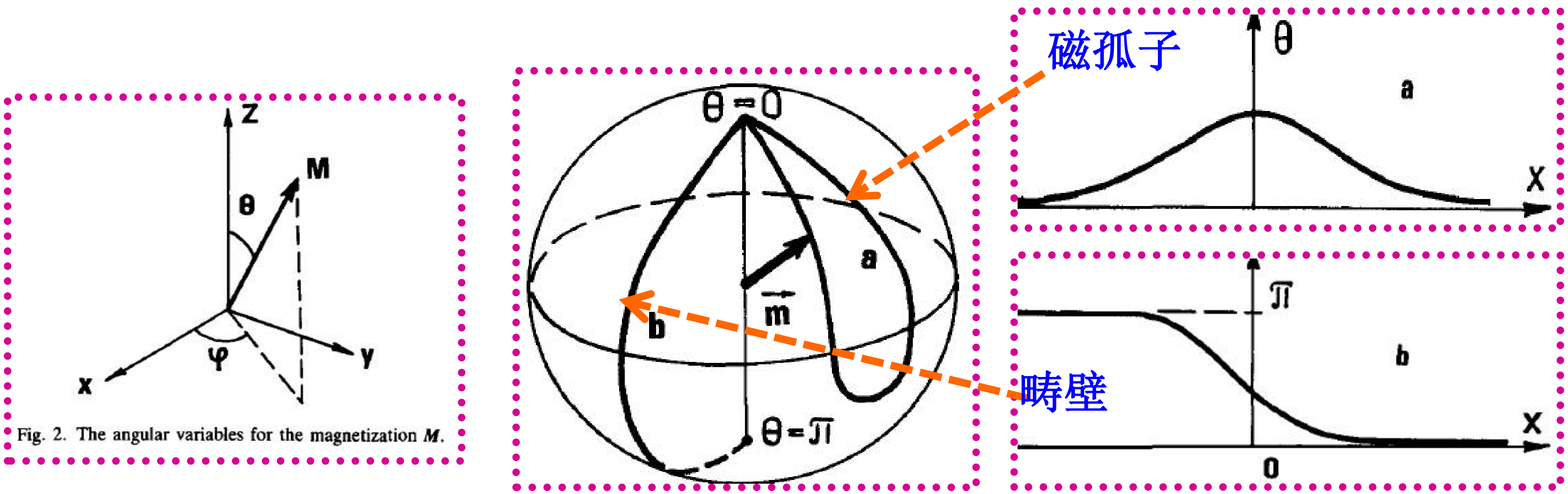


Fig. 2. The angular variables for the magnetization *M*.

Phys. Rep.194 117 (1990).

5. 非线性波的操控和应用

各向异性螺旋磁体的哈密顿量

$$H=-\sum_i\left\{\underbrace{\frac{J}{2S^2}(\vec{S}_i\cdot\vec{S}_{i+1})}_{\text{双线性近邻的自旋-自旋交换相互作用}}-\frac{\tau}{4S^4}\{[\vec{k}\cdot\underbrace{(\vec{S}_i\times\vec{S}_{i+1})]^2+q^2}_{\text{具有螺旋轴的螺旋自旋链}}\}\underbrace{-\frac{A}{S^2}(S_i^z)^2-\frac{A'}{S^4}(S_i^z)^4}_{\text{各向异性参数}}\right\}$$

这里 $\vec{S}_i\equiv\left(\vec{S}_i^x,\vec{S}_i^y,\vec{S}_i^z\right)$, 表示第i个格点的自旋

$\vec{S}_i\cdot\vec{S}_i=S(S+1)$ and $\hat{S}_i^{\pm}=\hat{S}_i^x\pm i\hat{S}_i^y$, $\hat{S}_i=\dfrac{\vec{S}_i}{\hbar}$,

Holstein-Primakoff 变换

四阶非线性薛定谔方程

$$\boxed{iu_t+u_{xx}+2|u|^2u+\gamma[u_{xxxx}+8|u|^2u_{xx}+2u^2u_{xx}^*+6u^*u_x^2+4|u_x|^2u+6|u|^4u]=0.}$$

5. 非线性波的操控和应用

自旋波背景

$$u_0 = ce^{i\rho}$$

where $\rho = kx + \omega t$, $\omega = 2c^2 - k^2 + \varepsilon(6c^4 - 12c^2 k^2 + k^4)$.

c 背景振幅 k 背景波数

解

$$u = u_0 + u_p \qquad (1)$$

$$u_p = \frac{2b[\Delta_1 \cos G - \Delta_2 \cosh F - i(\Delta_1 - 2c^2)\sin G - i\Delta_3 \sinh F]}{\Delta_1 \cosh F - \Delta_2 \cos G} e^{i\rho}$$

解 (1) 是自旋波背景和扰动信号 u_p 的叠加. 它描述了在自选波背景上的扰动信号的非线性演化过程.

J. -W. Qi, L. Duan, Z. -Y. Yang, and W. -L. Yang, Annals of Physics, 388, 315 (2018).

5. 非线性波的操控和应用

Existence condition			Nonlinear waves type
K	N	k and c	
0	$2\sqrt{b^2-c^2}$	$k^2-\frac{N^2}{24}-\alpha\neq0$	Kuznetsov-Ma breather
		$k^2-\frac{N^2}{24}-\alpha=0$	Non-rational W-shaped soliton
			Anti-dark soliton
$\pm2\sqrt{c^2-b^2}$	0	$k^2+\frac{K^2}{6}-\alpha\neq0$	Akhmediev breather
		$k^2+\frac{K^2}{6}-\alpha=0, K\in[0,\frac{\sqrt{3}}{2}), \alpha>0$	W-shaped soliton train
		$k^2+\frac{K^2}{6}-\alpha=0, K\in[\frac{\sqrt{3}}{2},2), \alpha>0$	Periodic wave
0	0	$k^2-\alpha\neq0$	Rogue wave
		$k^2-\alpha=0, \alpha\geq0$	Rational W-shaped sliton

$\alpha=\frac{1}{6\gamma}+c^2$， c 背景振幅， k 背景波数

K 相对波数， N 扰动信号的磁振子数

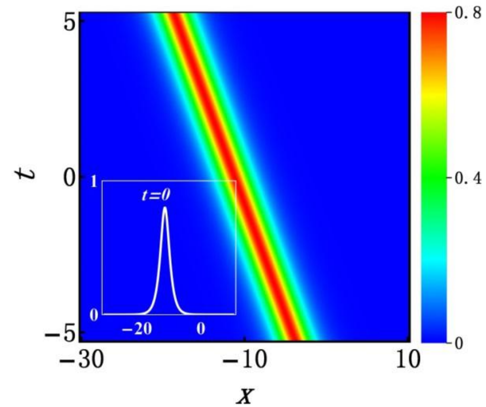
在磁性材料中，磁矩分布是非常重要的 ，它允许我们提取磁性样品中的各向异性和磁化机制等重要信息.

自旋磁矩：$m=(m_1, m_2, m_3)$

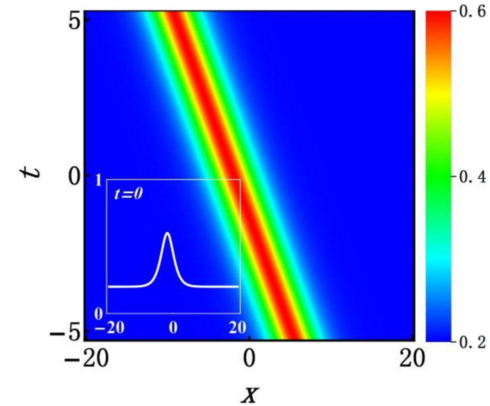
$$\boxed{m_1=\mathrm{Re}(u),\quad m_2=\mathrm{Im}(u),\quad m_3=\sqrt{1-|u|^2}}$$

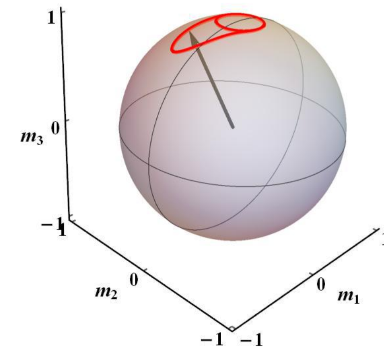
5. 非线性波的操控和应用

亮孤子

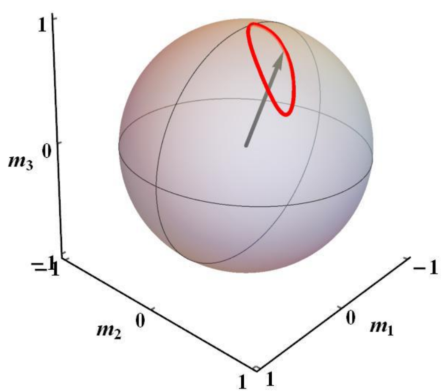


反暗孤子

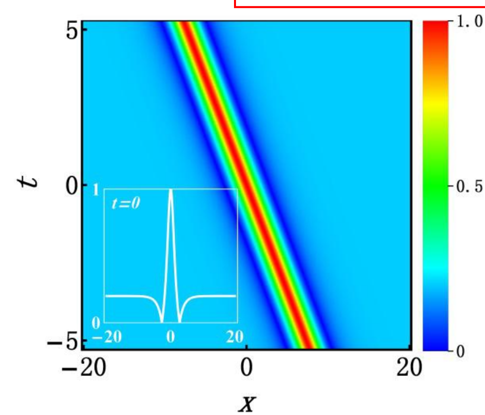


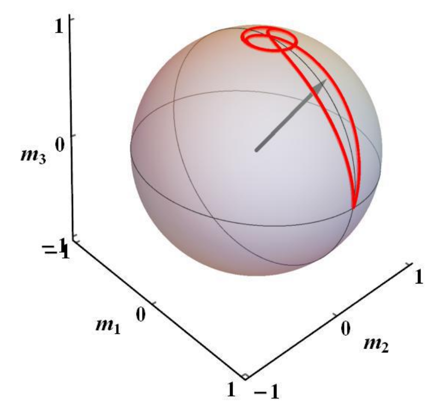


$c \to 0$



非有理的W形孤子

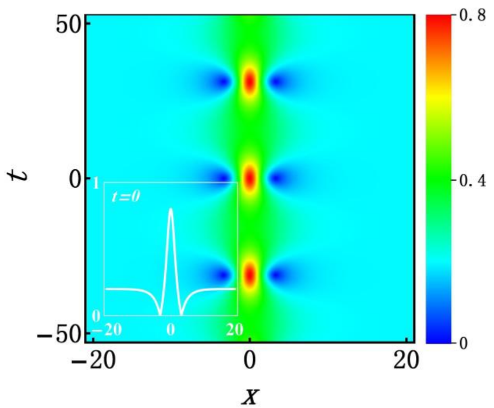


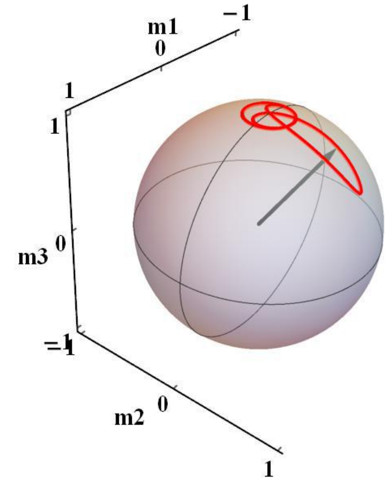


J. -W. Qi, Z. -D. Li, Z. -Y. Yang, W. -L. Yang, Physics Letters A, 381, 1874 (2017).

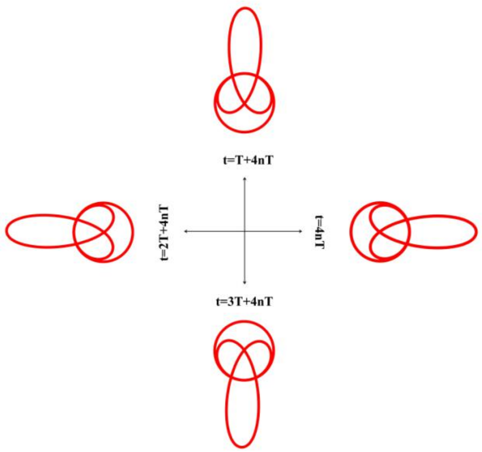
5. 非线性波的操控和应用

Kuznetsov-Ma 呼吸子





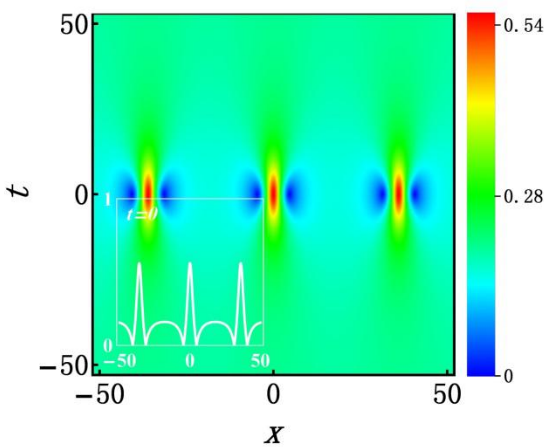
$t = -50$

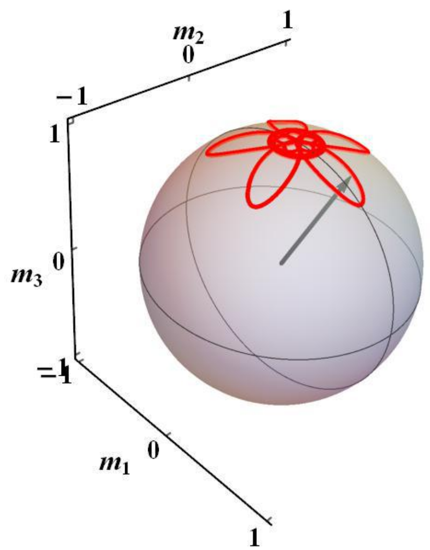


J. -W. Qi, L. Duan, Z. -Y. Yang, and W. -L. Yang, Annals of Physics, 388, 315 (2018).

5. 非线性波的操控和应用

Akhmediev 呼吸子

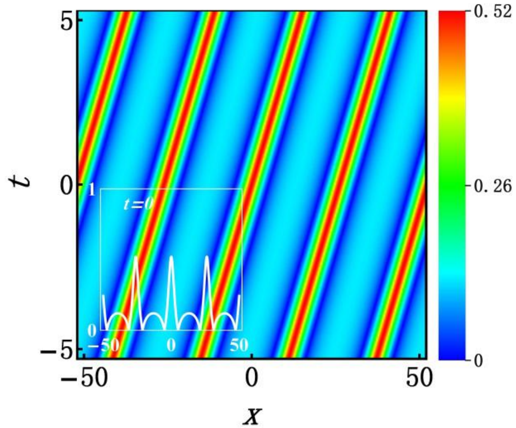


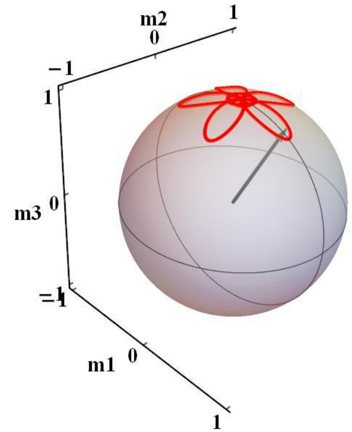


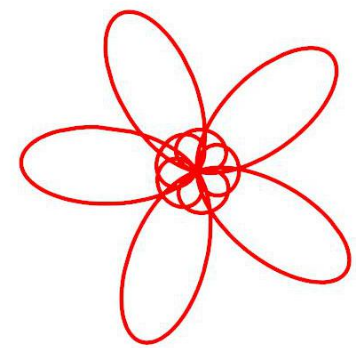
J. -W. Qi, L. Duan, Z. -Y. Yang, and W. -L. Yang, Annals of Physics, 388, 315 (2018).

5. 非线性波的操控和应用

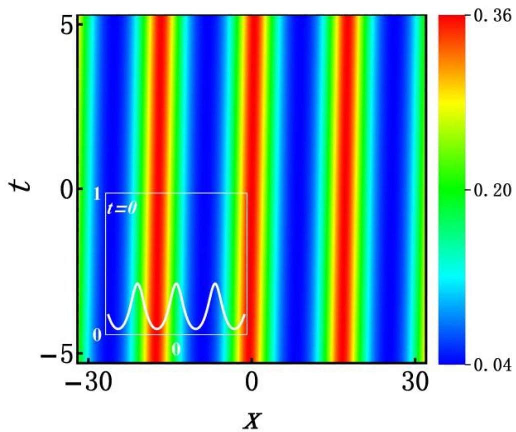
W形孤子链

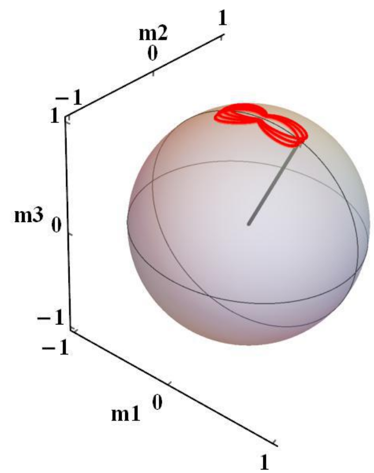


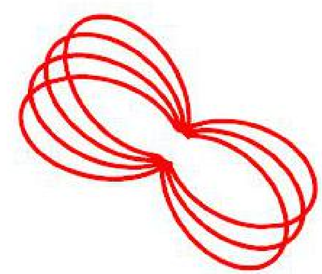




周期波



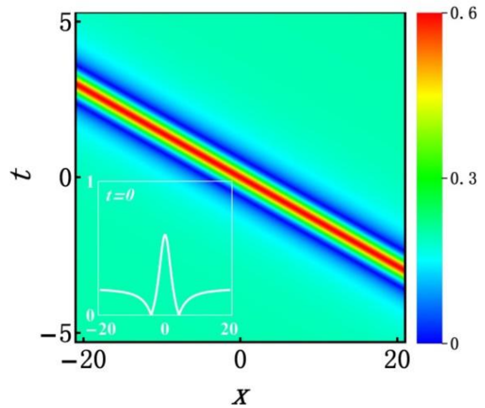


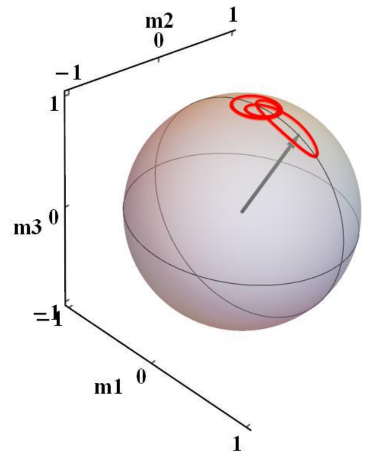


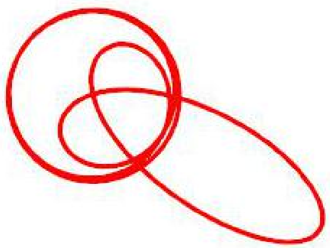
J. -W. Qi, L. Duan, Z. -Y. Yang, and W. -L. Yang, Annals of Physics, 388, 315 (2018).

5. 非线性波的操控和应用

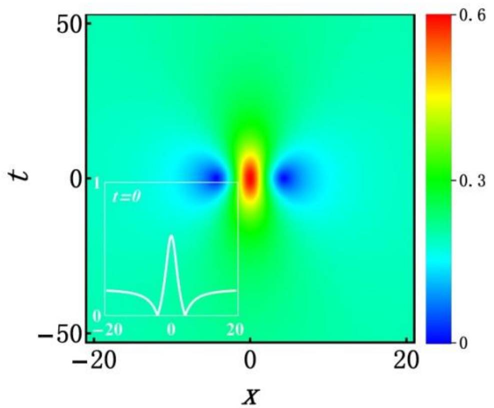
有理的 W形孤子

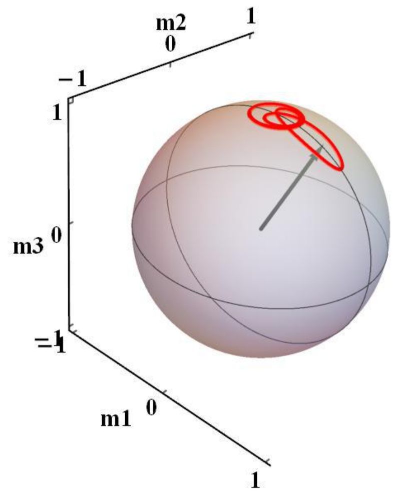


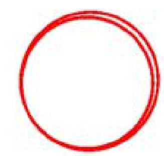




怪波







$t = -50$

J. -W. Qi, L. Duan, Z. -Y. Yang, and W. -L. Yang, Annals of Physics, 388, 315 (2018).

Thank you!